

DXBO
00.3
2

16 DEC. 1976

KALEIDOSCOOP VAN DE WISKUNDE

1975 - '76

H. Bos en F. Verhulst

50405

MATHEMATISCH INSTITUUT
DER RIJKSUNIVERSITEIT TE UTRECHT
BIBLIOTHEEK



Mathematisch Instituut
Rijksuniversiteit Utrecht
Budapestlaan 6
Utrecht-De Uithof.

Kaleidoscoop van de Wiskunde

1975/1976

Een verslag door H. Bos en F. Verhulst.

A. Doel van het college

Evenals in de voorgaande jaren is uitgegaan van de volgende omschrijving van het doel van het college "Kaleidoscoop van de Wiskunde":

- De studenten een wat bredere kijk op de wiskunde te geven dan zij via de gewone eerstejaarscolleges krijgen
- de zwaarte, ernst en soms ook taaiheid van die gewone eerstejaarscolleges met wat speelsheid te compenseren
- te experimenteren met het behandelen van onderwerpen uit de sfeer van "Wiskunde en Maatschappij"
- het bespreken van vormen van gebruik van wiskunde, in het bijzonder de rol daarbij van wiskundige modellen.

Opmerking :

Dat colleges met een dergelijke doelstelling ook buiten het eerste jaar in een behoefte voorzien mag blijken uit de "Kaleidoscoop van de Wiskunde voor stafleden en ouderjaarsstudenten" die dit jaar voor het eerst georganiseerd werd en die ruime belangstelling trok.

B. Organisatie van het college

Het college werd gegeven gedurende twaalf weken in het eerste

semester en twaalf weken in het tweede (het was dus voor Pasen afgelopen). In het eerste semester werd het gegeven op woensdagen 10.15 tot 11.00, in het tweede semester op donderdagen, zelfde tijd. Het college was facultatief, maar het was zodanig in het programma ingepast dat de eerstejaars het konden volgen. De organisatie van het college berustte bij F. Verhulst en H. Bos.

C. Programma.

Het programma was verdeeld in vier "blokken", ieder van zes weken. In ieder blok stond één thema centraal ; namelijk resp.

Toegepaste Wiskunde, Wiskunde en Kunst, Wiskunde en Maatschappij en Zuivere Wiskunde.

We geven hieronder de titels van de colleges en de sprekers.

Bij de meeste colleges werden syllabi uitgereikt, deze worden gebundeld en zijn voor belangstellenden verkrijgbaar.

- | | |
|---|--|
| 1. H. Bos | Inleidend college, met korte films |
| <u>Blok Toegepaste Wiskunde</u> | |
| 2 en 3 F. Verhulst | "Wiskunde Toepassen" |
| 4. F. van der Blij | "Wiskundige modellen van democratische beslissingssystemen." |
| 5 en 6 Mw. P. Hogeweg
(theoretische biologie) | "Mathematische structuren in de biologie." |
| <u>Blok Wiskunde en Kunst</u> | |
| 7 en 8 Lambert Meertens
(Math. Centrum) | "Componist en Computer" |
| 9 en 10 Jan Vriend
(componist) | "Het formaliseren van muziek" |
| | "Geformaliseerde muziek bij Xenakis" |
| 11 en 12 Jeroen Stumpel
(student kunstgeschiedenis) | "Wiskunde en Beeldende Kunst". |
| <u>Blok Wiskunde en Maatschappij</u> | |
| 13 H. Bos | "Wiskunde en Maatschappij" |
| 14 Dick Overkleef
(Philips Electro logica,
publicist) | "Systemen en Maatschappij" |

- | | |
|--|---|
| 15. Jan Holvast
(Stichting waakzaamheid
persoonsregistratie) | "Computers, persoonsregistratie
en privacy" |
| 16. P.A. Steenbrink
(N.S) | "Operations Research, een beroeps-
positie voor wiskundigen" |
| 17. P.F. Wilbrink & H.J. Meerdinkveldboom
(N.S) | "Simulatie van
treinenloop op een knooppunt en op
een baanvak". |
| 18.[H. Bos, discussieleider] | Afsluitende discussie over Wiskunde
en Maatschappij. |

Blok Zuivere Wiskunde

- | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| 19 en 20 P. Lemmens | "Space filling curves" (met fim) |
| 21 en 22 D.v.Dalen & H.Barendregt | "De leugenaarsparadox" |
| 23 en 24 T. Springer | "De vijf Platonsiche lichamen." |

D. Aanwezigheid

Bij de eerste colleges waren de meeste eerstejaars (ca. 120) aanwezig; dit aantal verminderde snel en bleef schommelen om de 60. 30 was het minimum aantal aanwezigen. Er was bij het laatste blok (zuivere wiskunde) een heropleving van de belangstelling te constateren. [Deze getallen berusten op ruwe schattingen].

E. Een werkgroep

Naar aanleiding van de colleges in het tweede blok (Wiskunde en Kunst) is, op initiatief van enige studenten, een werkgroep wiskunde en kunst gevormd onder aanvoering van M.Bel. De organisatoren van het college hebben daarbij slechts een bemiddelende rol gespeeld (zaal-reservering bv) De werkgroep heeft enige tijd enthousiast gedraaid.

F. conclusies en aanbevelingen

Na drie jaar colleges Kaleidoscoop van de wiskunde (1973-76) is het mogelijk enkele conclusies te trekken uit de opgedane ervaringen; gedeeltelijk vallen deze samen met de conclusies in ons rapport "Kaleidoscoop van de Wiskunde, najaar 1974".

- 1 - Er is onder de studenten veel belangstelling voor het gebruik van de wiskunde op andere terreinen en vakgebieden. Deze belangstelling wisselt wel enigszins per onderwerp en het verdient aanbeveling om hiermee bij de keuze van de zaal rekening te houden (bij voorkeur de Rode Zaal).
- 2 - Het is gewenst om elke voordracht zoveel mogelijk een afgesloten eenheid te laten zijn. Dit maakt het voor de studenten mogelijk tenallen tijde voordrachten te missen en daarna weer deel te nemen.
- 3 - De breedheid van de behandelde onderwerpen voorziet duidelijk in een door de studenten gevoelde behoefte aan verbreding van de studie.
- 4 - Het gedeelte Zuivere Wiskunde zou wat meer lijn kunnen vertonen. Het is misschien mogelijk om voor dit gedeelte karakteristieke vraagstellingen te formuleren en te behandelen aan de hand van voorbeelden (iets dergelijks gebeurt reeds bij het gedeelte Toegepaste Wiskunde).
- 5 - In aansluiting hierop moet worden opgemerkt, dat de Kaleidoscoop, hoewel door twee stafleden georganiseerd, duidelijk een zaak is die alle stafleden en studenten aangaat. Dit betekent dat suggesties en kritiek van zoveel mogelijk beoefenaars van de wiskunde op alle mogelijke niveau's gewenst is.
- 6 - De amusementswaarde van het gedeelte Wiskunde en Kunst was redelijk hoog, de wiskundige inhoud bleef in de meeste gevallen echter mager. Dit laatste zou ervoor kunnen pleiten dit gedeelte wat in te korten.
Het blok Wiskunde en Kunst was overigens interessant genoeg om een grotere belangstelling van de zijde van de staf te verwachten.
- 7 - Onderwerpen uit de sfeer van "Wiskunde en Maatschappij" kunnen voor een publiek van eerstejaars behandeld worden,

- mits ze niet te theoretisch worden gebracht. Ook dit jaar was het bespreken van voorbeelden en daaraan sluitende discussie een geschikte methode.
- Enkele gastsprekers gaven aan dit gedeelte een boeiende bijdrage; ook hier was een grotere belangstelling van de staf te verwachten geweest.
- 8 - Waar mogelijk, werden de voordrachten verlevendigd door het gebruik van films, geluidsbanden en andere audiovisuele hulpmiddelen. Dit was in alle gevallen een geslaagde komponent van de colleges. Helaas breidt het fonds van geschikte films zich maar langzaam uit.
 - 9 - De vorm van 1 college per week gedurende $1\frac{1}{2}$ à 2 semesters is heel bruikbaar gebleken. Rooster technisch moet dit uur echter zorgvuldiger worden behandeld dan tot nu toe is gebeurd. Zo is het gewenst dat zowel voor als na het Kaleidoscoop college de studenten andere colleges hebben. Tevens dienen de organisatoren gedurende het Kaleidoscoop college-uur vrijgesteld te zijn van ander onderwijs (aan deze laatste voorwaarde was gedurende een deel van het jaar '75-'76 niet voldaan, hetgeen zeer hinderlijk bleek te zijn).
 - 10 - Het is gewenst dat de organisatie van de Kaleidoscoop niet steeds door dezelfde personen wordt verzorgd. H. Bos heeft het nu drie jaar gedaan (vanaf de eerste Kaleidoscoop serie), F. Verhulst twee jaar, ze willen beide volgend jaar vervangen worden.
 - 11 - Er is in de loop van de drie jaren Kaleidoscoop een waardevolle bundel syllabi ontstaan. De organisatoren overwegen om een keuze uit deze stukken voor een breder publiek beschikbaar te maken. Men kan daarbij denken aan een publicatie van (zo nodig herschreven en aangepaste versies van) een aantal

van de syllabi. Dit zou ook voldoen aan een behoefte om iets over wiskunde duidelijk te maken aan een "algemeen "publiek. Nadere suggesties hierover zijn welkom.

Het is zeer gewenst om volgend jaar opnieuw Kaleidoscoop colleges voor eerstejaars te organiseren.

H. Bos

"Wiskunde en Maatschappij"

22 januari 1976

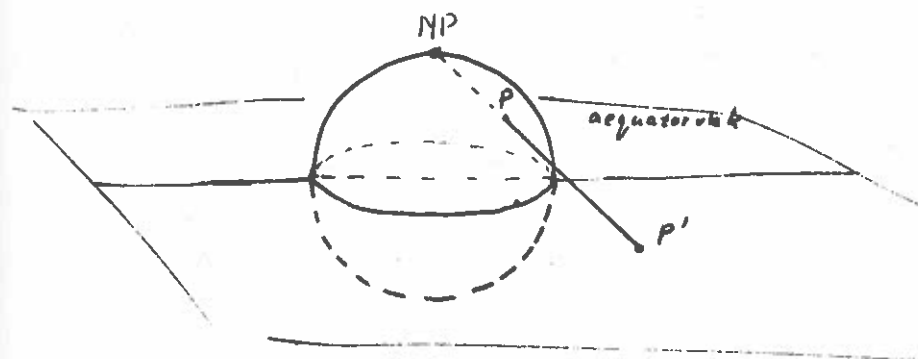
De kaleidoskoop-kolleges in de periode 22 januari t/m 26 februari gaan over "Wiskunde en Maatschappij"; het college vandaag is een inleiding op de volgende.

Wiskunde, en wetenschap in het algemeen, speelt een belangrijke rol in de maatschappij - "Wiskunde en Maatschappij" is de naam voor onderwijs- en andere activiteiten aan universiteiten en hogescholen die er op gericht zijn die rol duidelijk te maken, te begrijpen en er, zo nodig, een kritische houding tegenover mogelijk te maken. Dat is niet eenvoudig. Ten eerste is het moeilijk een rol voor de wiskunde apart aan te geven, omdat de wiskunde, waar zij ingrijpt in de maatschappij, steeds speelt in omstandigheden waar ook vele niet wiskundige factoren meespelen. Ten tweede onttrekt zich de maatschappelijke functie van de wiskunde gemakkelijk aan de waarneming van mensen die, aan universiteiten of in het algemeen in het onderwijs, zich met wiskunde bezig houden. Daar concentreert men zich nu eenmaal vooral op de wiskundige zijde. Ten derde brengt de bespreking van de rol van de wiskunde in de maatschappij mee dat men zich afvraagt of die rol wel juist is en op welke manier men persoonlijk, als wiskundige, zich ten opzichte van die rol moet opstellen. Maatschappelijke verantwoordelijkheid, etiek, maatschappijvisie zullen, en moeten, in die discussie meespelen.

In dit college zal ik wat algemene opmerkingen over de rol van de wiskunde in de maatschappij maken. Ik hang die opmerkingen op aan een voorbeeld en wel de:

Konforme Afbeeldingen

Delen van een bol (aardbol, sterrenhemel) kunnen niet zonder vervormingen op een plat vlak afgebeeld worden. Men kan wel proberen die vervormingen slim te kiezen. Zo is het bijvoorbeeld mogelijk de bol zó op een vlak af te beelden dat de hoeken tussen lijnen op de bol gelijk zijn aan de hoeken tussen de beelden van die lijnen in het vlak. Dit gebeurt bijvoorbeeld bij stereografische projectie (zie figuur 1).



figuur 1

Stereografische projectie; punten op de bol worden vanuit de Noordpool op het aequatorvlak geprojecteerd, hoeken blijven behouden.

Het wiskundige idee van de stereografische projectie stamt al uit de Oudheid, het werd (en wordt) toegepast in de astronomie, in het bijzonder in het astrolabium, een oud astronomisch meet- en reken-instrument dat gedurende vele eeuwen een grote rol speelde bij plaatsbepaling en tijdmeting (wiskunde en maatschappij!).

Een andere afbeelding van de bol op het vlak die de hoeken behoudt is de Mercatorprojectie, uitgevonden door G. Mercator (1512-1594). Deze projectiemethode bleek van groot belang bij het maken van goede land- en zeekaarten. Het voordeel ervan is dat de weg van een schip dat vaart met konstante koers (konstante hoek tussen vaarrichting en het Noorden), op de kaart als een rechte lijn verschijnt. Men kan dus koersen uitzetten met behulp van de lineaal; de Mercatorkaarten vormen een belangrijk hulpmiddel voor de scheepvaart (wiskunde en maatschappij!).

Afbeeldingen die de hoeken behouden heten konform, of hoektrouw. Laat f een konforme afbeelding zijn van een gebied A naar een gebied B , $f(a) = b$ voor zeker $a \in A$ en $b \in B$. Een klein driehoekje rond a wordt afgebeeld op een (bij benadering rechtlijnig) driehoekje rond b met dezelfde hoeken - dat driehoekje is dus (bij benadering) gelijkvormig met het oorspronkelijke driehoekje. Konklusie: lokaal (op kleine gebiedjes, bij benadering) levert een konforme afbeelding een afbeelding op schaal. In het bijzonder wordt een vierkanten-net in A afgebeeld op een net onderling loodrecht kruisende krommen waarbij de vakjes in het klein weer bij benadering vierkanten zijn.

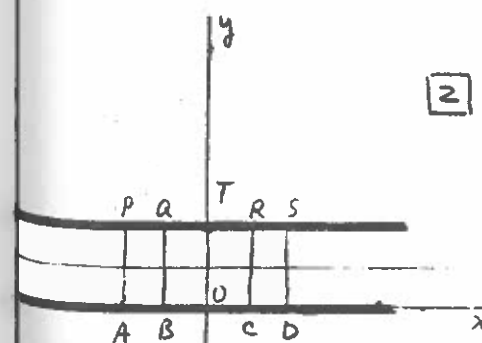
Zijn er veel konforme afbeeldingen? Omstreeks 1800 ontstond de theorie van komplekse funkties, afbeeldingen van het komplekse vlak C in zichzelf. J.L. Lagrange (1736-1813) merkte op dat differentieerbare komplekse afbeeldingen konform zijn. Omgekeerd is (als men afziet van spiegelingen) iedere konforme afbeelding

van een vlak in zichzelf te beschrijven als een komplekse differentieerbare afbeelding van C in C . Er zijn dus vrij veel konforme afbeeldingen (voorbeelden $z \rightarrow \zeta = z^2$, $z \rightarrow \zeta = e^z$, $z \rightarrow \zeta = \cos z$, $z \rightarrow \zeta = \sin z$, combinaties van deze en nog vele andere). Er zijn er zelfs zoveel dat ("afbeeldingsstelling" van G.F. Riemann (1826-1866)):

Voor ieder tweetal enkelvoudig samenhangende gebieden G_1 en G_2 in C is er een konforme afbeelding die G_1 op G_2 afbeeldt.

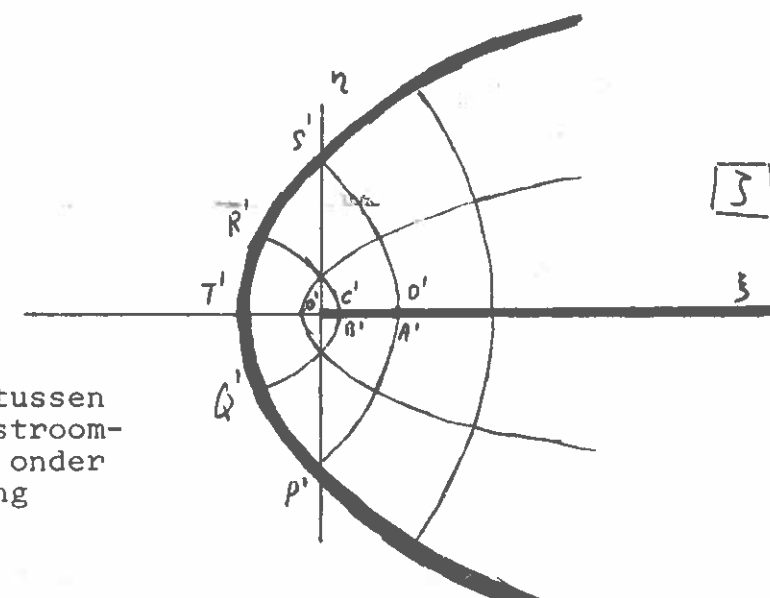
Dat kan zelfs op verschillende manieren, maar er geldt ook: als men van een punt op de rand van G_1 en een punt in het binnenste van G_1 de beelden (op de rand, resp. het binnenste van G_2) voorschrijft, is de konforme afbeelding uniek bepaald. Voor niet enkelvoudig samenhangende gebieden (ringen, buitengebieden van cirkels bijv.) gelden varianten van de afbeeldingsstelling.

Bij het onderzoek van stromingsverschijnselen (elektrische stroming door een plaat, vloeistof of gas stroming) blijkt deze stelling over konforme afbeeldingen van groot belang. Bij dergelijke stromingen treden namelijk, onder zekere voorwaarden, netten van onderling loodrechte stroom en potentiaal-lijnen op. Deze zijn, door randvoorwaarden, uniek bepaald. Kent men nu de stroomsituatie in een eenvoudig geval (b.v. elektrische stroom tussen twee evenwijdige platen van verschillende spanning, zie figuur 2) dan kan men, door konforme afbeeldingen toe te passen, stroompatronen in veel ingewikkelder gevallen voorspellen (bijvoorbeeld in figuur 2 levert de afbeelding $z \rightarrow \zeta = z^2$ het patroon van stroom- en potentiaallijnen tussen een halfrechte en een parabool).



figuur 2

beeld van de strook tussen $y = 0$ en $y = 1$ (met stroom- en potentiaallijnen) onder de konforme afbeelding $z \rightarrow \zeta = z^2$.



Een voorbeeld van deze procedure komt voor bij de berekening van de stroming om vliegtuigvleugels (wiskunde en maatschappij!). De konforme afbeelding $z \rightarrow \zeta = z + z^{-1}$ beeldt (zie figuur 3, overgenomen uit A. BETZ, Konforme Abbildung, 1948, p. 191) de cirkel I door 1 en -1 af op een cirkelboog I' van -2 tot 2. Een cirkel II die I in 1 raakt wordt afgebeeld op een profiel II' (een zogenaamd Joukovsky-profiel). dat veel weg heeft van de doorsnee van een vliegtuigvleugel. Door nu de luchtstroming rond de cirkel II te berekenen en via de afbeelding $z \rightarrow \zeta = z + z^{-1}$ te transformeren verkrijgt men het stroomproces om de vliegtuigvleugel. In het bijzonder kan men de opstuwende kracht voor een cirkel uitrekenen en daaruit direkt, via de konforme afbeelding, de opstuwende kracht voor de vliegtuigvleugel afleiden.

Andere toepassingen van konforme afbeeldingen komen voor bij de behandeling van speciale gevallen van spanning in elastische lichamen, in de elektriciteitsleer en bij allerlei stromingsverschijnselen (grondwaterstroming bijvoorbeeld). Er zijn voor deze toepassingen tabellen beschikbaar die voor allerlei vormen van gebieden de bijbehorende konforme afbeeldingen geven.

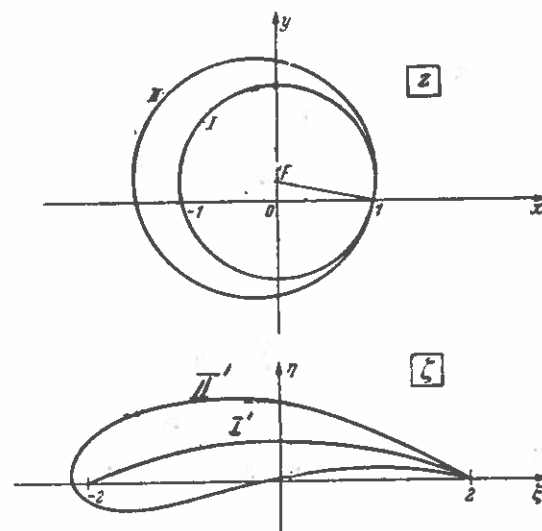


Bild 165. Konforme Abbildung eines Kreises auf ein Joukovsky-Profil.

Wiskunde en Maatschappij

Konforme afbeeldingen leveren een voorbeeld van een wiskundige methode die berust op een zeer diepe stelling uit de funktietheorie en toepasbaar blijkt en vele delen der techniek. Zo is er dus een lijn van de imaginaire vierkantswortel uit -1, via zuivere en toegepaste wiskunde, fysika, technologie, industrie, kommercie, naar het vliegtuig dat U naar Uw vakantieoord vliegt, Uw oren verdooft, Uw brieven snel over oceanen brengt of bommen afwerpt. Ik zal aan dit voorbeeld wat opmerkingen over wiskunde en maatschappij vastknopen.

1. De lijn was:

A. wiskunde $\rightarrow$ natuurwetenschap i.h.b. fysika $\rightarrow$ technologie $\rightarrow$ industrie $\rightarrow$

$\rightarrow$ industriële produkten $\rightarrow$ maatschappij

Zijn er ook andere beïnvloedingslijnen wiskunde - maatschappij?

Die zijn er, bijvoorbeeld:

B. wiskunde $\rightarrow$ sociale wetenschap i.h.b. ekonomie $\rightarrow$ organisatie en bestuur $\rightarrow$

$\rightarrow$ beleidsbeslissingen $\rightarrow$ maatschappij

Hierbij kan men denken aan statistiek, informatika, verwerking en vergelijking van gegevens met behulp van computers, berekening van optimale procedures (ook per computer) etc. We zullen daarvan voorbeelden zien in de lezing over Operations Research. Verder is er:

C. wiskunde als taal en denkwijze

In veel van onze dagelijkse argumenten en redeneringen gebruiken we wiskundige begrippen (gemiddelden, kans, procenten, grafieken etc.) Bij het aanleren, en ook het doorzien van deze denkwijzen, speelt het onderwijs een belangrijke rol.

2. Het bovengnoemde lawaai van vliegtuigen en de bommen die men er uit kan gooien duiden al op het probleem van de aanvaardbaarheid van de rol van de wiskunde in de maatschappij. Maar het geval van de konforme afbeeldingen en de vliegtuigvleugel is wel een van de slechtste voorbeelden om dit probleem te bediskussiëren. De rol van de wiskunde is hier niet af te schatten ten opzichte van de vele andere factoren die bij de produktie en het gebruik van vliegtuigen spelen. Dat wil niet zeggen dat in verband met vliegtuigen de vraag of produktie en gebruik politiek of maatschappelijk terecht gebeurt niet gesteld zou kunnen worden, maar het is zinloos, en het versluiert de werkelijke problematiek, om hier naar een specifieke verantwoordelijkheid van de wiskunde of de wiskundige als wiskundige te zoeken.

Iets van deze moeilijkheid komt voor bij alle gevallen waarbij wiskunde een rol speelt en de vraag naar maatschappelijke aanvaardbaarheid gesteld wordt, maar er zijn gevallen waar de zaak toch minder ingewikkeld ligt en direkter op de wiskunde betrokken kan worden. Computer en Privacy, waarover een van de volgende lezingen gaat, is een voorbeeld, evenals sommige toepassingen van wiskundige methoden in sociale technieken en bij voorspellingen (Club van