

1970

unde)

, 1969,

de druk wijkt

le: Part II,

yse, en is
introduction
n de gebrui-
differentieer-
elwaardestel-
g op een in-
gebruikelijke
actie bijvoor-
it bewezen,
 $\int_a^x$ en $\int_x^a$;
t behulp van
dat uniforme
overigens

n vector-
ippen conver-
rfuncties;
rd topologie
oms teveel op
nlering van

nitities met
ikken nogal

diet gegeven
andvoorwaarden);
oppervlakte-
andeling van
en, maar ver-

van de reeksen,
eeksen zonder
valt.
oofdstukken 17
lijk de beta-

ot en met de
ne en absolute

convergentie (bij stuksgewijs continu differentieerbare functies), en, summier, Fourierintegralen.

Het boek omvat dus een groot deel van de reële analyse zoals die aan technische hogescholen in daarvoor in aanmerking komende afdelingen wordt gedoceerd, en het lijkt mij voor gebruikers van analyse dan ook een zeer goed leerboek; een groot aantal vraagstukken (naar moeilijkheid in drie klassen verdeeld) helpt de lezer om de geboden stof te verwerken; de presentatie van de stof is bijna overal duidelijk en helder; er zijn veel figuren.

De uitvoering van het boek is, wat de uitgever betreft, uitstekend; de schrijver heeft bij het lezen van de drukproeven hier en daar steken laten vallen, waaronder in het oog lopende zoals vocabulary op blz. vii en chapter 13 (waar 12 wordt bedoeld) op blz. ix.

W. van der Meiden

Á. SZABÓ, *Anfänge der Griechischen Mathematik*, Oldenbourg Verlag, München etc., 1969, 494 p., prijs DM.48.=.

De Elementen van Euclides vormen een verzamelwerk van vele, onderling weinig samenhangende stukken wiskunde. De historici der griekse wiskunde stellen zich onder meer tot taak deze verschillende delen der Elementen te onderscheiden en ze in verband te brengen met mogelijke ontwikkelingslijnen in de vóór-Euclidische wiskunde. Van deze ontwikkelingslijnen probeert men de chronologie en de onderlinge afhankelijkheid vast te stellen.

Algemener gezegd poogt men, aan de hand van weinig omvangrijk bronnenmateriaal (naast Euclides' Elementen een aantal tekstfragmenten van andere schrijvers) de ontwikkeling der griekse wiskunde vóór Euclides te reconstrueren.

Bij de beoordeling van de waarde van deze reconstructiepogingen zijn twee criteria van belang, de waarschijnlijkheid van de reconstructie en de aansluiting ervan bij het bronnenmateriaal.

De kritische lezer van Anfänge der Griechischen Mathematik doet er goed aan zich steeds de opvattingen van de schrijver over het aansluiten van reconstructies bij het bronnenmateriaal voor ogen te houden. Enerzijds legt Szabó sterk de nadruk op de noodzaak van een minutieuze tekstkritiek. Zijn opleiding als klassiek filoloog geeft hem daartoe de mogelijkheden en zijn resultaten zijn hier zeker indrukwekkend. Hij presenteert zelfs zijn studies als toepassingen van een speciale filologische methode: het onderzoek der terminologie ter verkrijging van inzicht in de ontwikkeling van wiskundige begrippen. Anderzijds echter voelt Szabó zich vrij om, waar geen of weinig relevant bronnenmateriaal beschikbaar is, vrijuit op het kompas der waarschijnlijkheid te varen en gedachtenconstructies te presenteren die niet of nauwelijks rechtvaardiging in bronnenmateriaal vinden. Dit hangt waarschijnlijk samen met zijn opvattingen over het doel van historisch onderzoek betreffende de wiskunde. Zo schrijft hij naar aanleiding van een, niet op enig direct bewijsmateriaal steunende, reconstructiepoging van de geschiedenis van de propositie Elem. VI-13: "Man könnte eben deswegen den folgenden Rekonstruktionsversuch als eine Reihe von bloszen Vermutungen von vornherein ablehnen. Da jedoch der Sinn der Mathematikgeschichte eben

darin besteht, dasz man zu verstehen versucht, wie die Entwicklung der Wissenschaft von Problem zu Problem führte, möchte ich den Versuch auch im vorliegende Fall nicht unterlassen." (blz. 234).

Hoewel ik de waarde van dit soort reconstructiepogingen als intellectuele activiteit hoogschat zou ik, in het kader van historisch onderzoek, toch een nauwere relatie met het feitelijk voorgevallene verlangen; waar een dergelijke relatie afwezig is treedt men buiten het terrein der geschiedenis-wetenschap.

Ter nadere illustratie van Szabó's werkwijze en zijn resultaten wil ik op het eerste deel van zijn boek (blz. 38 - 130), dat de geschiedenis van de theorie der irrationaliteit tot onderwerp heeft, wat nader ingaan. Dit deel omvat een uitvoerig tekstkritisch onderzoek van de belangrijkste bron voor de geschiedenis van die theorie: een passage uit de dialoog Theaitetos van Plato (Theait. 147 C-148 D). In die passage laat Plato Theaitetos vertellen over een wiskundeles van Theodoros. De tekst wordt meestal zo uitgelegd, dat Theodoros de irrationaliteit van $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, ..., $\sqrt{17}$ bewees (of liever: de onderlinge meetbaarheid van de zijden van vierkanten met oppervlak 1 en 3, 1 en 5, enz.), maar bij 17 ophield; en dat Theaitetos, geïnspireerd door deze les, een algemene methode vond om te bepalen van welke natuurlijke getallen de wortel rationaal is. Szabó geeft een taalkundige studie van het sleutelwoord in de betreffende tekst $\delta\upsilon\nu\alpha\mu\iota\varsigma$, dat vaak vertaald wordt als 'wortel' of 'zijde van een vierkant'. Hij bestrijdt deze vertaling en voert tal van argumenten aan dat $\delta\upsilon\nu\alpha\mu\iota\varsigma$ hier 'bij een rechthoek behorend vierkant van gelijk oppervlak' of kortweg 'vierkant' betekent. Het merkwaardige geval doet zich nu voor dat de globale interpretatie van de passage bij Plato door deze woordverklaring niet gewijzigd maar wel de conclusies die men uit de tekst over de ontwikkeling van de theorie der irrationaliteit vóór Theodoros trekt. Terwijl de vroegere interpretatie Theodoros als eerste aanwees die de irrationaliteit van $\sqrt{3}$ enz. bewees, Theaitetos als eerste die een algemene theorie gaf, legt Szabó's vertaling van $\delta\upsilon\nu\alpha\mu\iota\varsigma$ meteen een verband met een theorie van oppervlakte van rechthoeken en vierkanten, met de constructie van een vierkant met oppervlak gelijk aan dat van een gegeven rechthoek, met de constructie der middelevenredige en met de vraag naar de existentie van een middelevenredig getal tussen twee natuurlijke getallen, een vraag die in zoverre weer in verband staat met de theorie van oppervlakten dat hier de getallen als rechthoek-configuraties worden opgevat. Het voorkomen van het woord $\delta\upsilon\nu\alpha\mu\iota\varsigma$ in de tekst van Plato leidt Szabó dan tot de aanname dat de zojuist genoemde wiskundige onderwerpen ten tijde van Theodoros en Theaitetos al bekend moeten zijn geweest, waardoor van enige prioriteit van deze beide niet meer sprake kan zijn.

Szabó bespreekt nu de verschillen en verbanden tussen de bovengenoemde theorieën uitvoerig en stelt een vermoedelijke chronologie op die veel vroeger ligt dan de tot nu toe aanvaarde.

Terugkerend naar de tekst van Plato, laat Szabó zien hoe weinig steun de traditionele verklaring in de tekst vindt (van bewijzen van Theodoros of Theaitetos is bijvoorbeeld geen sprake!) en hij concludeert dat, op grond van de tekst, aan Theodoros noch aan Theaitetos enige nieuwe ontdekkingen kunnen worden toegeschreven. Nu gaf de traditionele interpretatie van de tekst aanleiding tot vragen als: welke bewijzen leverde Theodoros? waarom hield hij bij 17 op? welke was de theorie die Theaitetos uitvond?

Deze vraag onderstelt onderstelt interpretatie wat er nu dan de vraag zijn dialoogpretatie over een r in en, hoe trent de waardevol trekt die argumente: resultate liet hij intelligente Theaitetos geschreef nieuws te ring aan dialoog v inderdaad hebben en len.

Dat is e "Ab Lächeln meistens ja Mehrd wann sol der Gioc Szabó me de lezer dit punt van de Het eer: Plato, van eni

Het twe theorie

Het der systems de dial sluit h zijn f:

Het bo public: die sa

Deze vragen - waaromtrent door verschillende historici verschillende veronderstellingen naar voren zijn gebracht - ontleen hun belang aan de veronderstelling van oorspronkelijkheid der resultaten. Uitgaande van Szabó's interpretatie zijn zij slechts interessant voor degene die zich afvraagt wat er nu precies in die les van Theodoros werd behandeld. Daarnaast wordt dan de vraag naar Plato's bedoeling met het opnemen van deze passage in zijn dialoog van belang, een bedoeling die vanuit de traditionele interpretatie eenvoudig aan te geven was: het betrof hiet immers een bericht over een nieuwe wiskundige ontdekking. Op deze vragen gaat Szabó uitvoerig in en, hoewel ik zijn discussie van de Plato-tekst en zijn vermoedens omtrent de ontwikkeling van de theorie der irrationaliteit vóór Plato zeer waardevol acht, moet ik zeggen dat hij in zijn verdere betoog conclusies trekt die te ver van de gegevens afliggen om nog aanvaardbaar te zijn. Zijn argumenten zijn ongeveer de volgende: Theodoros behandelde geen nieuwe resultaten, zijn les was dus een soort werkcollege. Als een goed didacticus liet hij daar, door een aantal suggestieve voorbeelden te noemen, zijn intelligente leerling Theaitetos een al bekend resultaat herontdekken. An Theaitetos kan dus geen oorspronkelijke wiskundige ontdekking worden toegeschreven maar hij moet tijdens die les wel het gevoel hebben gehad iets nieuws te hebben ontdekt. In zijn verhaal over die les klinkt die herinnering aan het zelf ontdekken nog door, Plato heeft dat meesterlijk in de dialoog weergegeven, zozeer dat de tekst de indruk wekt dat Theaitetos inderdaad iets nieuws heeft ontdekt. Dat moet Plato welbewust zo gedaan hebben en de vraag rijst, wat hij ermee voor had, de zaken zo voor te stellen.

Dat is een moeilijke vraag waarop geen eenvoudig antwoord mogelijk is, "Aber warum sollte es auch leicht sein? Ist es etwa auch leicht das Lächeln der Gioconda zu verstehen? - Der brave Spiessbürger versteht es meistens überhaupt nicht. Er schüttelt nur darüber den Kopf. Denn ihm sind ja Mehrdeutigkeit und feine Nuancen von vornherein kaum zugänglich. Und wann sollte PLATO, der grosse Künstler, weniger rätselhaft als der Schöpfer der Gioconda sein?" (blz. 106).

Szabó meent toch Plato's bedoelingen te kunnen ontraadselen, maar ik wil de lezer zijn oplossing niet verraden, ik wil slechts opmerken dat ik, op dit punt beland, nog wel geboeid ben maar niet meer overtuigd van de waarde van de verdere uiteenzettingen.

Het eerste deel wordt, na deze excursie in de geheime zieleroerselen van Plato, Theodoros en Theaitetos, besloten met terminologische onderzoekingen van enige andere termen in de theorie der irrationaliteit.

Het tweede deel van het boek (blz. 131-242) handelt over de evenredigheids-theorie, in het bijzonder het verband daarvan met de muziektheorie.

Het derde deel (blz. 243-452) behandelt het ontstaan van een deductieve, systematische wetenschap der wiskunde en legt interessante verbanden met de dialectiek der Eleaten. Een aanhangsel over de propositie Elem.II-5 besluit het boek, dat geopend wordt met een inleiding waarin Szabó onder meer zijn filologische methode uiteenzet.

Het boek vormt een samenvoeging van door Szabó al eerder in artikelen gepubliceerde gedachten en theorieën. Men krijgt de indruk dat de redactie van die samenvoeging weinig zorgvuldig is geschied; het werk vormt geen eenheid

en de redeneringen zijn vaak onoverzichtelijk weergegeven. Szabó's schrijffrant is overigens zeer onderhoudend; hij treedt als het ware in directe discussie met de lezer. Steeds expliciteert hij de vragen die hij behandelt, noteert en beantwoordt mogelijke tegenwerpingen tegen zijn redeneringen en poogt zo eerlijk mogelijk alternatieve theorieën tegen elkaar af te wegen. Deze wijze van presentatie dwingt de lezer voortdurend een standpunt in te nemen tegenover de theorieën van de schrijver en het waardevolle daarin te scheiden van het overige. Naar mijn mening ligt het waardevolle vooral in de nadruk op de noodzaak van uiterst preciese taalkundige analyses der klassieke wiskundige teksten. Bij de voorbeelden die Szabó van zulke analyses geeft blijkt steeds hoeveel nieuwe gegevens of nieuwe aspecten van oude gegevens de teksten nog te bieden hebben; en daarmee wordt duidelijk hoe moeilijk en hoe ver van voltooiing de taak is, die de historici zich met het onderzoek naar de griekse wiskunde vóór Euclides gesteld hebben.

H.J.M. Bos.

G. CHARTRAND and S.F. KAPOOR (editors), *The Many Facets of Graph Theory*. (Lecture Notes in Mathematics no. 110), Springer-Verlag, Berlin etc. 1969, viii + 290 p., prijs DM. 18.-.

Het boek bevat de handelingen van de "Conference on graph theory", die in het najaar van 1968 werd gehouden te Kalamazoo (Michigan). De titel van het boek duidt al aan, dat elk der 32 artikelen handelt over grafen, en dat vele facetten van dit onderwerp worden belicht. Men kan hieraan toevoegen dat ook de keuze der problemen en het niveau van de behandeling van zeer uiteenlopende aard is. Toch raakt men in een aantal artikelen overtuigd dat het gaat om belangrijke problemen en om relevante oplossingsmethoden. Als zodanig noemen wij de bijdragen van Erdős, Grünbaum, Guy, Hamelink, Hostenes, Nash-Williams.

J.J. Seidel.

M. MACHOVER and J. HIRSCHFELD, *Lectures on Non-Standard Analysis* (Lecture Notes in Mathematics No.94), Springer-Verlag, Berlin etc. 1969, 79 pp., prijs DM 6,-.

Dit boek is geschreven voor wiskundigen zonder speciale kennis van de logica en de modeltheorie, teneinde hen kennis te laten maken met de mogelijkheden van de niet-standaard analyse. Met dit doel voor ogen is de bespreking van de nodige logische achtergrond zo eenvoudig en beknopt mogelijk gehouden. Een in didactisch opzicht belangrijke vereenvoudiging t.o.v. het boek van Robinson (*Non-standard Analysis*, Amsterdam 1966) is de vervanging van de typentheorie als basis door het "universe of discourse". Het "universe of discourse" is, ruw gezegd, een klasse die alle wiskundige objecten bevat die bij de ontwikkeling van een bepaald stuk wiskunde ter sprake komen, en die afgesloten is onder

een aantal ver-
domein zijn (
"universe of
voor alle i (
 $V_{i+1} = \bigcup V_i$ vo
Voor niet-sta-
kundige eigen
ficeren forme
course" heeft
over het "uni-
elk type.
Het is mogeli-
specificeerde
elementen en
daardoor word
staat dan ook
analyse. De au-
kan bewijzen
wezen kunnen
verzamelings-
formulering co
uitbreidingen.
De auteurs pas-
logie (Machover
ressante voort-
standaard met
generalisatie
Het boek is he-
geslaagd zijn.

P.E. CONNER, I
Group. (Le
etc. 1968, 123

De schrijver h-
van de Univers
de lecture not
In Hoofdstuk I
groepen:
Laat π een ein-
Een komplekse
bundel over X
lineaire bunde
Met het tensor
groep $\mathcal{L}(\pi, X)$.
De auteur beha-