

4

8300/3

De Maatschappelijke Functie van

de Wiskunde

dr. H.J.M. Bos

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK UTRECHT



3226 373 7

BIBLIOTHEEK	NR. 15.015
SUBFACULTEIT WISKUNDE DER RIJKSUNIVERSITEIT TE UTRECHT Budapestlaan 6, 3508 TA Utrecht	

Inhoud

3	Inleiding
5	A Organisatie en vereisten
6	B De maatschappelijke funktie van de wiskunde - een overzicht
15	C Wiskunde en maatschappij - drie kolleges
30	D De maatschappelijke funktie van de wiskunde - historische ontwikkeling vanaf ca. 1800
44	E "Now the chips are down"
51	F Teksten:
52	H. Mehrstens, Mathematik als Universitäts-wissenschaft
68	T.C. Fry, Mathematicians in industry
73	A. Walther, Mathematik als Einheit aus reiner und angewandter Mathematik
84	H.-E. Gross, Das sich wandelnde Verhältnis von Mathematik und Produktion

Inleiding

Deze tekst-bundel hoort bij het kollege "Maatschappelijke Functie van de Wiskunde" (MFW). Tijdens het kollege zal ik regelmatig naar de teksten verwijzen; van deelnemers wordt verwacht dat ze de teksten lezen en waar nodig (bij opstellen en rapportages) gebruiken.

De bundel is als volgt samengesteld (vgl. de inhouds-opgave):

- A. Uitleg over de organisatie van het kollege en over de eisen waaraan de deelnemers moeten voldoen.
- B. Overzicht van het gebied dat aangeduid wordt als "De maatschappelijke funktie van de Wiskunde". Dat overzicht is ook bedoeld als inleiding; ik heb er speciaal de verschillende benaderingen van het gebied uiteengezet. Ook worden er voorbeelden van literatuur in genoemd.
- C. "Wiskunde en Maatschappij". Dit is de tekst van drie kolleges die ik in 1975 in Amsterdam gegeven heb en die sindsdien zijn gepubliceerd in het tijdschrift Wiskunde en Onderwijs. Ze vormen een wat meer uitgebreide inleiding op de problematiek van de maatschappelijke functies van de wiskunde. Ook ga ik in op de motivatie van het vak.
- D. Samenvattingen van de historische inleiding. In de derde t/m de zevende week geef ik een overzicht van de maatschappelijke funktie van de wiskunde zoals die zich vanaf ca. 1800 tot nu toe ontwikkeld heeft. In D. staan korte samenvattingen van deze kolleges.
- E. "Now the chips are down". Dit is de tekst bij een B.B.C. TV-documentaire over mikroelektronika en de economische en maatschappelijke effecten daarvan. De bijbehorende film wordt in de tweede week vertoond.
- F. Overige teksten. Deze teksten, van Mehrstens, Fry, Walther en Gross, zijn bedoeld als achtergrondlektuur bij de historische inleiding. Ze worden niet op het kollege behandeld, wel is de bedoeling dat ze bij het schrijven van opstellen gebruikt worden.

Tijdens het semester zullen een aantal discussiebijeenkomsten worden georganiseerd. In die bijeenkomsten wordt door een kleine groep deelnemers (minder dan 10) gediscussieerd over een vooraf uitgedeelde tekst. Deze teksten zijn niet opgenomen in deze bundel.

Literatuur

Er zijn in het Mathematisch Instituut een aantal hulpmiddelen voor het vinden van literatuur over de maatschappelijke funktie van de wiskunde. Dit zijn:

Kaartenbakken. In kamer 709 (kamertje in de bibliotheek) staan een aantal kaartenbakken. Deze bevatten, systematisch geordend, literatuurverwijzingen over MFW.

Overdrukken- en kopieënkollektie: Op de zelfde kamer is een ladenkast waarin een groot aantal overdrukken en kopieën van artikelen op MFW-gebied zijn verzameld. Daarbij zijn ook syllabussen en diktaten geproduceerd aan andere universiteiten.

Skriptie-kollektie. In dezelfde kast bevindt zich de skriptie-kollektie, die de skripties bevat die door studenten over MFW-onderwerpen (en onderwerpen uit de Geschiedenis van de Wiskunde) tot nu toe geschreven zijn.

Bundel. "De maatschappelijke functie van de Wiskunde, Materiaal en Projekten" (samengesteld door H. Bos, C. van Ewijk, B. Holsappel, Math. Inst. Utrecht 1981). Deze bundel bevat een uitgebreide literatuurlijst (waarvan tekst B een verkorte versie vormt) en een aantal uitgewerkte onderwerpen voor projecten op het gebied van MFW. De bundel is verkrijgbaar bij de administratie van het M.I.

"Skriptie schrijven".

Dit is een handleiding voor het schrijven van skripties die ook nuttig is bij het schrijven van opstellen en het voorbereiden van rapportages. Hij is te krijgen bij de administratie van het M.I..

De kaartenbakken en de overdrukken- en skriptiekollektie kunnen in kamer 709 geraadpleegd worden. Skripties en overdrukken kunnen eventueel uitgeleend worden. Dat gebeurt niet via de bibliotheekadministratie, maar via mij.

A

Organisatie en vereisten

Organisatie

Gedurende de eerste ca. 10 weken van het semester wordt gewoon kollege gegeven. Ik begin met het historisch overzicht, zie D.; daarna komen enkele andere onderwerpen aan bod. Er zal een lijst van onderwerpen voor opstellen worden uitgedeeld.

Tijdens de eerste weken worden ook 3 à 4 diskussiebijeenkomsten georganiseerd. Daarbij wordt een tekst behandeld; deze wordt door een of twee deelnemers ingeleid.

In de laatste ca. 5 weken worden de kollege-uren gebruikt voor rapportages door de deelnemers.

Vereisten

Van de deelnemers wordt verwacht dat ze:

- aanwezig zijn bij de kolleges,
- aanwezig zijn bij de diskussiebijeenkomsten,
- twee opstellen schrijven, en
- een rapportage verzorgen.

Opstellen

Tijdens het kollege worden onderwerpen voor opstellen genoemd. De opdracht bij een opstel is:

de belangrijkste voor het onderwerp relevante feiten en meningen, zoals die behandeld zijn tijdens het kollege en zoals ze te vinden zijn in de teksten in de bundel, geordend en kort schriftelijk weer te geven.

Maximale omvang van het opstel is 1200 woorden. Eventueel kan een ander onderwerp dan de opgegeven onderwerpen gekozen worden; dat moet men dan wel van te voren met mij overleggen. In plaats van één opstel kan men voor een diskussiemiddag een inleiding over een tekst voorbereiden.

Rapportages

De deelnemers moeten, bij voorkeur in groepen van 2 of 3, een rapportage verzorgen over een in overleg gekozen onderwerp. Per groep is één kollege-uur beschikbaar (dwz 45 minuten). In die tijd moet het onderwerp gepresenteerd worden door de rapporteurs en er moet ruime gelegenheid voor discussie zijn. Na afloop moeten de rapporteurs een schriftelijke samenvatting van hun rapportage maken en inleveren.

Beoordeling

Om een tentamenbriefje te verkrijgen moet men aan de bovengenoemde eisen voldaan hebben. Het cijfer wordt bepaald op basis van de schriftelijke samenvatting van de rapportage (dus niet op basis van opstellen, diskussiedeelname of de rapportage zelf). De opstellen zijn bedoeld als oefening in schriftelijk formuleren op het gebied van MFW; ze moeten dus vóór de rapportages gemaakt worden.

De Maatschappelijke Functie van de Wiskunde een overzicht

1. In het kollege wordt een inleiding gegeven over de problematiek die met de algemene term "Maatschappelijke functie van de wiskunde" (MFW) wordt aangeduid. Die problematiek omvat alle verschijnselen en problemen die optreden daar waar wiskunde (rechtstreeks of via andere wetenschappen en/of technieken) in aanraking komt met instellingen, groepen, ontwikkelingen en tendenzen in de maatschappij. Dit gebied is veel te groot om er zonder nadere afbakening en indeling zich veel vragen over te stellen. Er is daarom ook geen algemeen leervak "Maatschappelijke functie van de wiskunde", er is alleen een zeerkompleks gebied waarover een aantal mensen vanuit zeer verschillende benaderingen zich vragen hebben gesteld, die ze soms gedeeltelijk bantwoord hebben.
Ik heb bij het onderwijs over deze problematiek ervaren dat een goede eerste indeling van het gebied geleverd wordt door de verschillende interessen van waaruit men het gebied benaderen kan. Zo'n indeling naar benaderingen werkt beter dan een indeling naar onderwerpen. Ik zal daarom bij wijze van overzicht van het gebied hieronder een aantal benaderingen bespreken, waarbij ik telkens een aantal globale vragen formuleer die in de betreffende benadering centraal komen te staan, en een aantal onderwerpen noem die daarbij van belang zijn. Ook geef ik enige literatuurverwijzingen. Dit overzicht is een verkorte versie van het eerste deel van de bundel De maatschappelijke functie van de wiskunde, materiaal en projecten (samengesteld door H. Bos, C. v. Ewijk en B. Holsappel, Math. Inst. Utrecht, 1981); in die bundel staan uitgebreidere literatuurlijsten.

Er zijn vele manieren mogelijk om het kompleks van vragen rond de maatschappelijke functie van de wiskunde te benaderen. In de historische benadering (die ik in de eerste weken van het kollege zal volgen) wordt vooral gevraagd hoe de huidige rol van de wiskunde is ontstaan en hoe de ontwikkeling van de wiskunde samenhangt met maatschappelijke ontwikkelingen. Men kan ook vanuit al bestaande wetenschappelijke disciplines het verschijnsel wetenschap en in het bijzonder de wiskunde bestuderen. Sociologie van de wetenschap (wiskunde), filosofie van de wetenschap (wiskunde) en wetenschapsteorie (toegepast op wiskunde) vormen dan het uitgangspunt. Men kan ook rechtstreeks de vraag stellen waar en hoe de wiskunde in de huidige maatschappij gebruikt wordt, welke maatschappelijke functies wiskundigen vervullen, en welke maatschappelijke veranderingen (mede) veroorzaakt worden door het gebruik van wiskundige technieken. Men kan ook het wiskundeonderwijs, belangrijke schakel in de maatschappelijke invloed van de wiskunde en belangrijke werkring voor veel afgestudeerde wiskundigen, als uitgangspunt nemen.

Sommige mensen zullen meer van de maatschappij uit willen gaan en de rol van de wiskunde willen bekijken vanuit politieke theorieën over de maatschappij of vanuit maatschappijkritische standpunten. Anderen ligt een benadering beter waarbij informatie over de betrokken personen centraal staat. En weer anderen zullen behoefte hebben aan een benadering waarin het niet alleen maar om lezen, praten en schrijven gaat, maar waarin ook een plaats is voor organisatie en actie.

Welke benadering het meest aanspreekt is een persoonlijke zaak. Het kan een kwestie van smaak zijn en het kan zijn dat een

bepaalde vraagstelling op dit moment voor jezelf centraal staat. Het maakt ook verschil welke informatie je als bevredigend ervaart - voor sommigen verklaart de geschiedenis alles, voor anderen zijn de zaken alleen duidelijk als ze met politieke machtsstructuren in verband worden gebracht, weer anderen begrijpen ontwikkelingen alleen als ze meer weten over de personen die er in optreden.

De hierboven al aangeduide indeling naar benaderingswijzen ziet er nu als volgt uit:

- De historische benadering.
- De wetenschapsteoretische benadering.
- De benadering vanuit de huidige wiskunde.
- De benadering vanuit het wiskundeonderwijs.
- De rol van de wiskunde in de huidige westerse industriële maatschappij.
- De rol van de wiskunde in andere maatschappijvormen dan de huidige westerse.
- Wiskunde in het licht van politieke theorieën en maatschappijkritiek
- Visies op wiskunde vanuit spirituele interesses.
- Voorbeelden van persoonlijke stellingname tegenover wiskunde.
- Aktie onderwerpen.

2. De historische benadering

De centrale vraag bij de historische benadering van de maatschappelijke functie van de wiskunde is deze: Hoe heeft de ontwikkeling van de wiskunde tot nu toe samengehangen met maatschappelijke ontwikkelingen zoals veranderingen in produktie en economie (opkomst van handelsstructuren, nieuwe technologieën, industriële revoluties), politieke ontwikkelingen, oorlogen en oorlogsvoering, filosofische en culturele stromingen en dergelijke. Samenhang betekent hier: welke rol heeft de wiskunde bij de genoemde ontwikkelingen gespeeld, en ook omgekeerd, hoe hebben deze ontwikkelingen ingewerkt op de wiskunde.

De vraag kan toegespitst worden op instituties die voor de wiskunde belangrijk zijn: universiteiten, T.H.'s, industriële researchlaboratoria, statistische instituten enz. Hoe hebben deze zich ontwikkeld, welke maatschappelijke rol hadden zij, welke maatschappelijke factoren bepaalden hun ontstaan en ontwikkeling?

De vraag kan ook toegespitst worden op de wiskundigen zelf, de mensen die het beroep wiskundige uitoefenen. Wanneer en waarom zijn wiskundige beroepen (landmeter, researchwiskundige, programmeur, systeemanalyst, industrieel wiskundige etc.) ontstaan? Welke wijzigingen zijn in de loop der tijd in deze beroepen opgetreden?

Een ander centraal thema is de relatie met oorlogvoering. Vooral in de tweede wereldoorlog heeft wetenschap, en daarmee ook wiskunde, een belangrijke rol gespeeld bij de oorlogsinspanning. Omgekeerd heeft die militaire inzet van de wiskunde invloed gehad op verdere ontwikkelingen in het vak.

Literatuur:

BOS, H.J.M. en MEHRTENS, H. "The interactions of mathematics and society in history. Some exploratory remarks" Historia Mathematica 4 (1977) pp. 7-30 (aanw. bibl. M.I.)

Dit is een overzicht; er wordt ingegaan op verschillende sociale vormen en er wordt veel literatuur genoemd.

PAUL, M. Gaspard Monges "Géométrie Descriptive" und die École Polytechnique. Bielefeld 1980.

Studie over de École Polytechnique te Parijs, die in 1795 werd gesticht en in de eerste jaren van zijn bestaan van groot belang is geweest voor de ontwikkeling van wiskundige leervakken. Paul behandelt in het bijzonder de beschrijvende meetkunde.

SCHNEIDER, I. "Die mathematischen Praktiker im See-, Vermessungs- und Wehrwesen vom 15. bis 19. Jahrhundert" Technikgeschichte 37 (1970) pp. 210-242 (aanw. koll. MFW).

Een studie over de ontwikkeling van het beroep van praktisch wiskundige.

TREFETHEN, Florence N. "A history of Operations Research" in: Operations Research for Management (ed. J.F. McCloskey and F.N. Trefethen, Baltimore, 1954) pp. 3-35 (aanw. koll. MFW). Operations Research ontstond in de tweede wereldoorlog als toepassing van wiskundige hulpmiddelen om militaire operaties efficiënter te maken. Later ontwikkelde het gebied zich tot een speciale tak van wiskunde. pp. 3-20 van het artikel gaat over de ontwikkelingen van het vak gedurende de 2e wereldoorlog.

3. De Wetenschapsteoretische benadering

De wetenschapsteoretische benadering van de maatschappelijke functie van de wiskunde steunt op algemene theorieën over het verschijnsel wetenschap, zoals wetenschapssociologie (onderdeel van de sociologie) en wetenschapsfilosofie (onderdeel van de filosofie). In de wetenschapssociologie is de centrale vraag welke sociale processen er optreden in de groep van wetenschappers en hoe die processen de ontwikkeling van de wetenschap bepalen. In de wetenschapsfilosofie staat de vraag voorop wat wetenschap is. Hoe kan wetenschap afgegrensd worden ten opzichte van andere denk-, onderzoek- en communicatie-processen? Wat betekent vooruitgang in de wetenschap? Hoe kan de wetenschap de pretentie van rationaliteit en betrouwbaarheid rechtvaardigen? Vooral met deze laatste vraag hebben zich belangrijke moderne wetenschapsfilosofen, Popper, Kuhn, Lakatos e.a., bezig gehouden; Lakatos heeft daarbij in het bijzonder ook over de wiskunde geschreven.

Wetenschap wordt, al dan niet met behulp van deze theorieën gestuurd en georganiseerd. Overheidsactiviteit hierbij heet Wetenschapsbeleid. Daarbij treden vragen op als: hoe kan wetenschappelijke produktie en kwaliteit gemeten worden? Hoe kunnen modellen voor wetenschapsontwikkeling ontworpen worden? Welke factoren kunnen gebruikt worden om de ontwikkeling van wetenschap te sturen? Al deze vragen kunnen in het bijzonder ook voor de wiskunde gesteld worden.

Literatuur

STRUICK, D.J. "On the sociology of mathematics", Science and Society 6 (1942) pp. 58-70 (aanw. MFW-koll.).

Kort historisch overzicht van sociale factoren die de wiskunde beïnvloed hebben.

LAKATOS, I. Proofs and refutations. The logic of mathematical discovery Cambridge, 1976 (aanw. bibl. M.I.)

Beroemde en zeer boeiende studie over heuristische processen in de wiskunde: ondermeer het ontstaan van wiskundige begrippen bij het zoeken naar de juiste wiskundige vragen en de goede bewijzen.

[BELEID] Beleid rond wiskundig onderzoek (uitgave van de kaleidoskoop commissie, Subfaculteit Wiskunde, R.U. Leiden) 1979 (aanw. MFW-koll.).

Overzicht van nota's en organisatiestructuren met betrekking tot Nederlands beleid rond wiskundig onderzoek, samengesteld ter gelegenheid van een forumdiskussie

4. De benadering vanuit de huidige wiskunde

Hier gaat het om een benadering van de maatschappelijke functie van de wiskunde die, voor de wiskundige, dicht bij huis begint. Het ligt dan voor de hand te vragen wat je binnen de wiskunde (of binnen wetenschappen waarin wiskunde als hulpmiddel wordt gebruikt) merkt van de maatschappelijke functie, en hoe wiskundigen staan tegenover de maatschappelijke functie van hun werk. In verband hiermee zijn er door wiskundigen een aantal overzichten geschreven van ontwikkelingen binnen de moderne wiskunde. Deze stukken zijn ook interessant omdat het vaak pogingen zijn om de "buitenwacht" duidelijk te maken wat er in de wiskunde omgaat en wat daarvan het nut is. Een vraag die in dit verband centraal staat is: wat is de relatie tussen "zuivere" en "toegepaste" wiskunde. Een belangrijke maatschappelijke invloed van de wiskunde verloopt immers via toepassingen, en omgekeerd is de wens om toepasbare wiskunde te produceren een belangrijke drijfveer binnen de wiskunde. De toepassingen vinden in het bijzonder plaats in andere wetenschappen. Daarbij zijn het vooral de sociale wetenschappen die in de laatste tientallen jaren sterk gemathematiseerd werden. Die mathematisering werkt door in de toepassingen van die wetenschappen in de maatschappij. Dit leidt tot de vraag wat het maatschappelijke effect is van deze mathematisering van de (in het bijzonder sociale) wetenschappen.

Literatuur

STEEN, L.A. (ed.) Mathematics today, twelve informal essays Berlin etc. (Springer) 1978 (aanw. bibl. M.I.)

Deze bundel essays vormt een recente poging om een vrij breed publiek duidelijk te maken wat er tegenwoordig in de wiskunde gaande is.

BERNSTEIN, D.L. "The role of applications in pure mathematics" Amer. Math. Monthly 86 (1979) pp. 245-253 (aanw. bibl. M.I.). Bernstein bespreekt de relatie tussen zuivere wiskunde en toepassingen aan de hand van een aantal voorbeelden.

BOOSS, B. en KRICKEBERG, H. (eds) Mathematisierung der Einzelwissenschaften, Basel 1976 (aanw. bibl. M.I.). Overzichtswerk geordend naar wetenschapsgebieden, veel literatuuropgaven.

5. De benadering vanuit het wiskundeonderwijs

Een andere benadering die voor wiskundigen, en speciaal voor (toekomstige) wiskunde leraren, dicht bij huis ligt is de vraag naar de maatschappelijke functie van wiskundeonderwijs. Naast directe toepassingen immers heeft wiskunde invloed in de maatschappij doordat bijna alle mensen gedurende kortere of langere tijd wiskundige technieken, wiskundige denkwijzen en wiskundige taal moeten leren.

Belangrijke vragen zijn hier: In hoeverre sluit het wiskundeonderwijs aan op maatschappelijke behoeften? In hoeverre speelt bij veranderingen in dat onderwijs de maatschappelijke behoefte als argument mee? Wat is het effect op de maatschappij van verspreiding van wiskundige vaardigheden?

Literatuur

GRIFFITHS, H. & HOWSON, A., Mathematics: society and curricula.

Cambridge (Univ. Press) 1974 (aanw. M.I. bibl.).

Dit boek bespreekt de maatschappelijke functie van het wiskundeonderwijs vooral in verband met leerplan-ontwikkeling.

NEANDER, J., Mathematik und Ideologie. Zur politische Ökonomie des Mathematikunterrichts. Starnberg 1974.

Een historische studie over de ontwikkeling van het wiskundeonderwijs als afhankelijk van veranderingen op sociaal-ekonomisch gebied.

6. De rol van de wiskunde in de huidige westerse industriële maatschappij

De tot nu toe genoemde benaderingen van MFW begonnen met een beperking van het uitgangspunt: geschiedenis, theorie, wiskunde of onderwijs. Je kunt je daardoor te beperkt voelen en rechtstreeks willen vragen: waar speelt wiskunde in de maatschappij om ons heen een rol? Dat is een wat diffuse vraagstelling, maar kijken naar wiskunde vanuit de huidige (westerse industriële) maatschappij suggereert wel een aantal kerngebieden waar de maatschappelijke functie van de wiskunde belangrijk is.

Onze maatschappij wordt gekenmerkt door de industriële produktiewijze en één kernvraag is dus: welke rol speelt de wiskunde in de industrie? De rol van de wiskunde, via natuurwetenschap en technologie, in de industriële produktie heeft al een vrij lange geschiedenis. Van recenter datum is de toepassing van wiskunde op industriële (en in het algemeen ook maatschappelijke) organisatie en planning. Dat is mogelijk geworden onder meer door de ontwikkeling van takken van wiskunde zoals Operations Research, cybernetica, wachttijdtheorie of i.h.a. beslissingswiskunde. Een tweede centrale vraag op dit gebied is dus: wat is het maatschappelijk effect van het gebruik van deze nieuwe wiskundige methoden?

Een speciale nieuwe toepassing van wiskunde is het maken van computermodellen voor het simuleren van gekompliceerde maatschappelijke processen - bijvoorbeeld ekonomische modellen van een land en, het meest bekende voorbeeld, de wereldmodellen van de Club van Rome. Met zulke modellen worden voorspellingen over toekomstige ontwikkelingen gedaan op deze voorspellingen worden beleidsbeslissingen gebaseerd. In verband met deze trend staat

ook een opkomende denkrichting die sociale processen in eerste instantie ziet in termen van systemen in interactie. Beide, computermodellen en systeemdenken, zijn omstreven en er is een uitgebreide literatuur uit de discussies over deze trends ontstaan.

Een ander voor de hand liggend centrum van interesse in deze paragraaf is de computer, met de vragen naar het effect van computers en automatisering in het algemeen op de maatschappij, op de ekonomie, en op de werkgelegenheid. Andere effecten zijn de bedreiging van de privacy door gecomputeriseerde administratie en de gevaren bij grootscheepse computerisering van organisatie- en beslissingsstructuren.

Een aantal van de hierboven genoemde wiskundige technieken is in of vlak na de tweede wereldoorlog ontwikkeld in verband met militair gebruik. De relatie van wiskunde met militair gebruik was toen niet nieuw. En ze is na de oorlog gebleven, in de vorm van gebruik van wiskunde in militaire industrie, van militaire sponsoring van wiskundig onderzoek en van de feitelijke inzet van wiskunde en wiskundigen in oorlogvoering. Dit vormt een vijfde kerngebied in deze benadering: Hoe ligt de relatie tussen wiskunde en wat wel genoemd wordt het militair-industrieel kompleks? En in het bijzonder: waar liggen de verantwoordelijkheden bij deze relatie?

Literatuur

GROSS, H., "Das sich wandelnde Verhältnis zwischen Mathematik und Produktion" in Theorie und Labor (ed. P. Plath e.a. Köln 1978) pp. 226-269 (aanw. koll. MFW).

Studie over "Research and Development" in de industrie en over industriële wiskunde in de 19e en 20e eeuw. Gross geeft ook een interessante poging om vanuit historisch-materialistisch standpunt de ontwikkeling der wiskunde te plaatsen in het kader van de ontwikkeling van de produktie.

[GUIDELINES] "Guidelines for the practice of Operations Research" Oper. Research 19 (1971) pp. 1123-1137 (aanw. bibl M.I.). Dit is een poging richtlijnen te formuleren voor korrekt professioneel gedrag van Operations Research deskundigen bij het uitbrengen van adviezen. De Operations Research Society of America stelde de richtlijnen op na een hooglopend konflikt over toepassing van Operations Research bij adviezen over raket bewapening.

COLE, H. e.a. Models of doom. A critique of the limits to growth New York 1975 (aanw. bibl. Inst. Milieukunde). Over het rapport van de "Club van Rome", kritiek op de gebruikte methoden.

FORESTER, T. (ed) The microelectronics revolution Oxford 1980 (aanw. bibl. vakgroep Informatica).

Bundel artikelen over microelektronica en de ekonomische en sociale gevolgen daarvan.

REES, M. "Mathematics and the government: The post-war years as augury of the future" in The bicentennial tribute to American mathematics (ed. D. Tarwater, Washington D.C. 1977) pp. 101-117 (aanw. bibl. M.I.).

Artikel over militaire sponsoring van (toegepast en zuiver) wiskundig onderzoek in de V.S. in en na de tweede wereldoorlog.

7. De rol van de wiskunde in andere maatschappijvormen dan de huidige westerse

De voorgaande paragraaf bezag de wiskunde vanuit de maatschappij om ons (nu in West-Europa) heen. Er zijn andere maatschappijvormen, de socialistische landen in Oost-Europa, landen in de "derde wereld" en, als categorie apart, de Volksrepubliek China. De centrale vraag wat betreft de maatschappelijke functie van de wiskunde is hier: In hoeverre leiden deze andere maatschappijvormen en andere ideologieën tot een andere wiskunde of een andere vorm van wiskunde bedrijven? En, speciaal voor de "derde wereld" landen: Hebben deze landen voor hun ontwikkeling behoefte aan een "andere" wiskunde dan de westerse, en zo ja, in welk opzicht moet die wiskunde anders zijn?

Literatuur

BOGOLYUBOV, A.M. en SHTOKALO, I.Z. "The development of Soviet mathematics (fifty years after the founding of the Soviet Union)" Differential equations 8 (1974) pp. 1641-1647 (aanw. koll. MFW.).

Overzicht van Soviet wiskunde na de Oktober revolutie (1917), geschreven door twee vooraanstaande Russische wiskundigen.

ALKEMADE, M. e.a. Wiskunde in de derde wereld (skriptie Math. Inst. R.U. Leiden) 1981 (aanw. MFW. koll.).

Uitgebreid verslag van projektgroep-werk van enige leidse studenten over Wiskunde in de derde wereld.

WEISGLASS, J. "Higher mathematical education in the people's republic of China" Amer. Math. Monthly 86 (1979) pp. 440-447 (aanw. M.I. bibl.).

Verslag van een bezoek aan Chinese wiskundige instellingen; o.m. over de veranderingen na Mao's dood.

8. Wiskunde in het licht van politieke theorieën en maatschappijkritiek.

De beide voorgaande rubrieken bekeken de wiskunde "vanuit de maatschappij", daarbij de maatschappijvorm als gegeven vooropstellend. Dat gaat dus voorbij aan de vraag of die maatschappijvorm ook wenselijk is. Maar de visies op deze vraag spelen vaak sterk mee in discussies over de rol van de wiskunde in de maatschappij. In deze rubriek gaat het om standpunten ten aanzien van wiskunde in het licht van politieke en maatschappijkritische visies.

In de discussie over het gebruik van computermodellen (zie 6.) spelen maatschappijkritische visies mee, met name de kritiek op de technokratie het systeem waarbij de grootste politieke macht in handen is van degenen die de technologie overheersen. Wat betreft visies op wiskunde vanuit politieke theorieën zijn het vooral de Marxistische en verwante stromingen die beschouwingen en stellingen voor wiskunde hebben opgeleverd. Verder past in deze rubriek het onderwerp "vrouwen en wiskunde". Immers, de vraag naar de rol van vrouwen binnen en ten opzichte van de wiskunde wordt gesteld vanuit de kritiek die wijst op de onderdrukte positie van vrouwen in de maatschappij.

Literatuur

BUDACH, L. "Mathematik und Gesellschaft" in Mathematiker über die Mathematik (ed. M. Otte, Berlin 1974) pp. 329-349 (aanw. bibl. M.I.).

Visie op de relaties tussen wiskunde en maatschappij vanuit historisch-materialistisch standpunt.

FOX, L.H. e.a. Women and the mathematical mystique Baltimore 1980 (aanw. bibl. M.I.).

Bundel voordrachten gehouden tijdens een conferentie over vrouwen en wiskunde.

9. Visies op wiskunde vanuit spirituele interesses

De 60er en 70er jaren hebben een opbloei gekend van wat wel de "counter culture" wordt genoemd (de term is van Roszak): personen en bewegingen die hun inspiratie putten uit oosterse filosofieën, herontdekte spirituele aspecten van de traditionele westerse religies, meditatie etc. In deze inspiratie wordt dan vaak een tegenwicht gevonden tegen de westerse, sterk door natuurwetenschap en techniek bepaalde, visies op natuur en maatschappij. Dergelijke stromingen zijn er overigens, meer of minder op de voorgrond tredend, altijd geweest. Binnen deze stromingen is er ook interesse voor wiskunde, met name voor het verband tussen wiskunde en mystiek, de symbolische betekenis en het symbolisch gebruik van wiskunde, en dergelijke.

Literatuur

LOCHER-ERNST, L., Mathematik als Vorschule zur Geist-Erkenntnis. Dornach, Schweiz (Philosophisch-Anthropos. Verlag) 1973 (eerste uitgave 1944).

Visie vanuit antroposofische richting.

10. Voorbeelden van persoonlijke stellingname ten opzichte van de wiskunde

Een andere benadering van de maatschappelijke functie van de wiskunde dan die in de voorgaande rubrieken, is te vragen naar de personen in de wiskunde. Sommige wiskundigen hebben hun eigen zeer persoonlijke visie op de wiskunde geformuleerd. Verder zijn er biografieën en autobiografieën die beschrijven hoe individuele wiskundigen hun weg gevonden hebben binnen de wiskunde en als wiskundige binnen de maatschappij.

Literatuur

OTTE, M. (ed.), Mathematiker über die Mathematik Berlin (Springer Verlag) 1974 (aanw. M.I. bibl.).

Bundel opstellen over de wiskunde door wiskundigen.

HEIMS, S.J. John von Neumann and Norbert Wiener, from mathematics to the technologies of life and death Cambridge (Mass.) 1980 (aanw. bibl. M.I.).

Biografie van von Neumann en Wiener, beide nauw betrokken bij de ontwikkeling van wiskundige technieken die grote maatschappelijke effecten veroorzaakten.

11. Aktie- en projektonderwerpen

Tenslotte is er de benadering van mensen die niet alleen willen lezen, praten en schrijven maar ook iets willen doen. De vraag is dan: wat voor zinvolle akties zijn er te ondernemen, als persoon of als groep, op het gebied van de maatschappelijke funktie van de wiskunde? En, als volgende vraag: welke voorbeelden van zulke akties zijn er en wat kunnen we daarvan leren voor de planning van eigen akties of projekten?

Literatuur

GOVERNMENT STATISTICIANS' COLLECTIVE, "How official statistics are produced: views from the inside". Demystifying social statistics (ed. J. Irvine e.a. London 1979) pp. 130-151 (aanw. bibl. M.I.)

Verslag van een aktiegroep van medewerkers van het officiële statistische buro in Engeland.

C

Wiskunde en Maatschappij

Drie kolleges, gegeven in september 1975

H.J.M. Bos.

De maatschappelijke functie van de wiskunde - historische ontwikkeling vanaf ca. 1800.

Hoofdstuk I

De rol van de natuurwetenschappen in de technologie en de industriële produktie

1. Inleiding

Een belangrijk aspect van de maatschappelijke rol van de wiskunde is de invloed die de wiskunde heeft via natuurwetenschappen en technologie op de industriële produktie. In hoofdstuk I wordt de rol van de natuurwetenschap in de industrie vanaf de "industriële revolutie" behandeld. Hoofdstuk II gaat over de specifieke rol van de wiskunde daarbij.

2. De industriële revolutie, 1780-1840

De "industriële revolutie" wordt globaal gedateerd in de periode 1780-1840; dit betreft dan in de eerste plaats de ontwikkeling in Engeland. In de Engelse textielindustrie (katoen) traden grote veranderingen op: Het produktieproces werd gemechaniseerd, grootschalige spin- en weefmachines verdrongen de door één man of vrouw bediende spinnewielen en weefgetouwen. De produktie werd gekoncentreerd in fabrieken, waar de machines werden aangedreven door centrale krachtbronnen, waterkracht of stoommachines.

De gevolgen van deze veranderingen waren ingrijpend: De produktie steeg, en richtte zich op de wereldmarkt, daardoor werden de middelen voor goederen verkeer sterk ontwikkeld: zeevaart, kanaalvaart later spoorwegen. Verder ontstond er een splitsing van de bij industrie betrokkenen in klassen, de klasse der ondernemers, die de produktiemiddelen (machines, energiebronnen) bezaten, en de klasse der arbeiders. De arbeiders woonden in de rond de fabrieken groeiende industriesteden (urbanisatie); hun sociale omstandigheden waren zeer slecht.

Technologie was van belang bij deze ontwikkelingen (machines), maar het was een vrij eenvoudige technologie en natuurwetenschappelijke kennis speelde een zeer geringe rol; alleen in de produktie van nieuwe textiel-verfstoffen en in het proces van bleken leverde de scheikunde een aantal vernieuwingen.

3. 1840-1870, periode van konsolidatie

In de periode 1840-1870 breidde zich de nieuwe industriële produktiewijze uit tot andere landen (Frankrijk, Duitsland) en tot andere industrieën (steenkol, ijzer, vooral in verband met de spoorwegen, machines). Hierbij groeide het belang van technologie voor de industrie, maar de invloed van natuurwetenschap bleef gering.

4. De tweede industriële revolutie, 1870-1900

Na ca. 1870 werden natuurwetenschappelijke resultaten en inzichten op groter schaal toegepast in de industrie. De effecten waren zo ingrijpend dat men spreekt van een tweede industriële revolutie. Er ontstonden nieuwe industrieën: elektrische industrie (telegraaf, telefoon, lampen, elektrische energie) en produktie van verbrandingsmotoren. Oudere industrieën veranderden door het gebruik van nieuwe kennis: chemische industrie (verfstoffen, kunstvezels, kunstmest e.d.) en metaalindustrie (staal en andere nieuwe legeringen).

De industrie maakte gebruik van wetenschap door aanstelling van wetenschappelijk getraind personeel (vooral ingenieurs) en door kontakten met technische hogescholen (vooral in Duitsland). In deze tijd ontstonden ook de eerste industriële researchlaboratoria.

In deze periode ontstonden oligopolieën, grote firma's die takken van industrie monopoliseren, bijvoorbeeld Standard Oil, Krupp, Imperial Chemical Industry (I.C.I.) en Vickers Armstrong. Engeland verliest zijn leidende industriële positie aan Duitsland; Amerika ontwikkelt zich ook als industriële mogendheid.

Urbanisatie zet zich verder door, er zijn economische krisen, de sociale omstandigheden der arbeiders blijven zeer slecht. Er ontstaan arbeidersorganisaties (koöperatieve beweging, vakbonden, socialistische bewegingen); door stakingen worden wettelijke regelingen omtrent werkomstandigheden bereikt die enige verbetering brengen.

Wetenschap en "wetenschappelijkheid" krijgt in deze periode groot prestige in industriële kringen: ondernemers willen hun bedrijf wetenschappelijk organiseren, het socialisme noemt zichzelf wetenschappelijk, tegenover de traditionele autoriteiten (staat, kerk), wordt wetenschap als nieuwe autoriteit gesteld.

5. De periode 1900-1940

In de eerste helft van de 20e eeuw zetten zich de tendenzen van de tweede industriële revolutie voort: groei en ontstaan van nieuwe "science-based" industrieën (b.v. optische industrie, fotografie). Industrieën begonnen de produktie meer te automatizeren (de lopende band, bij vleesindustrie (Chicago) en bij de automobiel industrie (Ford)). F.W. Taylor (1860-1938) propageerde al vanaf ca. 1880 rationalisering en automatizing in de produktie; hij noemde dat "scientific management".

De eerste wereldoorlog (1914-1918) toonde het belang van (vooral chemische) industrie voor de militaire kracht van een land (explosieven, massaproduktie van militair materieel, speciale metaal legeringen en glas).

De krisis (1929), die leidde tot grote werkloosheid en stagnatie in de dertiger jaren, bracht desillusie in het kapitalistische produktiesysteem en ondermijnde het geloof in wetenschap. Er ontstond (met name in Engeland) diskussie over sociale rol van wetenschap en over de taak van de staat in de ekonomie. Het voorbeeld van de Sovjet Unie speelde een grote rol in deze diskussie; daar was een andere, centraal geleide, staatsvorm die uitdrukkelijk op wetenschap gebaseerd was en zich presenteerde als alternatief voor de kapitalistische produktie- en maatschappijvorm.

6. De tweede wereldoorlog 1939-1945

De genoemde diskussie werd achterhaald door de tweede wereldoorlog; wetenschap en wetenschappers werden op vrijwel alle terreinen voor de oorlogsinspanning ingezet, zoals in de oorlogsindustrie (ontwikkeling van nieuwe wapens, i.h.b. de atoombom), en in de planning van militaire operaties. Dit laatste heette Operations Research en werd eerst in Engeland en later in de V.S. ontwikkeld. Het bestond uit de toepassing van wetenschappelijke methoden (met name statistische gegevensverzameling en het ontwerpen van wiskundige modellen van de operaties) voor de studie en de verbetering van militaire operaties. Teams van wetenschappers werden met succes ingezet, bijvoorbeeld bij de ontwikkeling van radar kustbewaking, ballistiek, strategie van vloot- en konvooibewegingen en verkenning vanuit de lucht.

7. De periode na 1945, "derde industriële revolutie"

De Verenigde Staten waren na de oorlog de belangrijkste economische en industriële mogendheid. Het gebruik van wetenschap zoals in de Operations Research, namelijk "mission oriented" onderzoek door interdisciplinaire teams, werd ook in de industrie ingevoerd. De verstrengeling van industrie, wetenschap, staat en het militaire apparaat bleef: veel wetenschappelijk onderzoek aan Amerikaanse universiteiten werd door leger en luchtmacht gefinancierd. In verband met grote prestigeprojekten (maanrace, Concorde) financierden staten op uitgebreide schaal wetenschappelijk onderzoek.

Wetenschap werd onderkend als een belangrijke produktiekracht, en daarom als een verantwoordelijkheid van de staat; wetenschappelijk onderwijs werd verbeterd met als doel economische groei te stimuleren. Inderdaad leverde wetenschappelijk onderzoek veel nieuwe industriële produkten: televisie, computers, tape-recorders, kunstmatige vezels, plastics, atoomenergie als krachtbron, nieuwe farmaceutische produkten (de pil, tranquillizers) wasmiddelen, pesticiden, transistor-radio's etc. De industrie ging zich internationaal organiseren (de "multinationals").

Wetenschap werd ook ingezet om de organisatie van de produktie meer efficiënt te maken. Operations Research, industriële statistiek en de computer (op de markt sinds de 1950'er jaren) brachten vergaande automatisering van de produktie en de administratie. Dit laatste had een zo ingrijpend effect op de produktie dat men in dit verband wel spreekt van de "derde industriële revolutie".

8. Problematische rol van wetenschap

De wetenschap groeide zeer sterk (gemeten in geld, aantal banen, aantal instellingen) en had een zeer groot prestige. Dit veranderde echter in de 1960'er en 1970'er jaren. De Vietnam-Oorlog, waarbij aan Amerikaanse zijde wetenschap en technologie sterk betrokken waren, bracht desillusie over het politieke en morele leiderschap van het Westen. Verder bracht de, mede door de wetenschap veroorzaakte, enorme economische groei problemen mee waarvoor de wetenschap geen oplossing klaar had: milieuverontreiniging, de kloof tussen rijke en arme landen, de bevolkingsexplosie, de energiecrises, onveiligheid van atoomenergie, groeiend gevaar van een atoomoorlog. De onderkenning van deze problemen leidde tot vernieuwde diskussie over de maatschappelijke rol van de wetenschap (studentenbewegingen, alternatieve technologie etc.); die diskussie wordt sinds het midden der 1970'er jaren overschaduwd door de steeds verdiepende economische crisis. Wel lijkt de diskussie een blijvend besef te hebben opgeleverd dat wetenschap in de maatschappij een bijna overal merkbare rol speelt en dat er aan deze rol van de wetenschap problemen verbonden zijn die de maatschappij niet in staat is op korte termijn op te lossen.

Hoofdstuk II

De rol van de wiskunde in de industriële produktie

1. Inleiding

In het vorige hoofdstuk is de rol van de natuurwetenschap, via de technologie, in de industriële revolutie besproken. Nu komt de wiskunde aan de orde; we gaan na welke rol de wiskunde gehad heeft in de ontwikkeling van de industriële produktie in de periode vanaf de industriële revolutie.

2. Wiskunde in de 19^e eeuw

Na de ontdekking van de differentiaal- en integraalrekening (Newton, Leibniz, ca. 1675) had de analyse zich in de 18^e eeuw zich sterk ontwikkeld (differentiëren, integreren, reeksen, gewone en partiële differentiaalvergelijkingen, variatierekening, speciale functies enz.). De nieuwe methoden werden veelal ontwikkeld in wisselwerking met astronomie, mechanica en hydrodynamica. Ook in de waarschijnlijkheidsrekening werd analyse gebruikt. Algebra (theorie van vergelijkingen) en meetkunde werden door de analyse overschaduwd. Deze ontwikkeling was in de 18^e eeuw het werk van een kleine groep topwiskundigen (Bernoullis, Euler, d'Alembert, Lagrange). Praktische toepassing van de nieuwe methoden was er weinig (waarschijnlijkheidsrekening bij levensverzekering, hemelmechanica bij berekening van astronomische modellen t.b.v. de zeevaart).

Gedurende de 19^e eeuw zette de ontwikkeling van de analyse zich voort (komplexe funktietheorie, Fourier analyse, preciesere definitie van grondbegrippen via het limietbegrip), de wisselwerking met astronomie en mechanica bleef, daarbij kwamen als nieuwe delen der mathematische fysika warmteleer, elasticiteitstheorie en elektromagnetisme. Algebra ontwikkelde zich van een theorie over vergelijkingen naar een theorie over algebraïsche structuren; Meetkunde onderging ook een sterke ontwikkeling (niet-Euclidische meetkunde, projectieve meetkunde, algebraïsche meetkunde), evenals waarschijnlijkheidsrekening. Een grotere groep wiskundigen was erbij betrokken (Cauchy, Fourier, Laplace, Weierstrass, Gauss, Riemann en vele anderen). Toch bleven de praktische toepassingen van deze nieuwe methoden tot in de eerste helft der negentiende eeuw gering; de invloed van wiskunde via mathematische fysika in de industrie begint pas in de "tweede industriële revolutie" (1870-1900).

3. Ingenieurs-wiskunde, beschrijvende meetkunde

Natuurlijk werd er in de opkomende industrie vanaf het begin wel wiskunde gebruikt: tellen, meten, rekenen, boekhouden, elementaire meetkunde, het gebruik van meetinstrumenten, etc. In de periode rond 1800 ontwikkelde zich ook een toepassing van meer geavanceerde wiskunde (d.w.z. wiskunde recent ontwikkeld door wiskundigen met langdurige opleiding) in industrie en techniek. Dit betrof niet analyse maar meetkunde; het vak heette beschrijvende meetkunde en werd ontwikkeld door G. Monge (1746-1818).

Beschrijvende meetkunde is de methode om op papier driedimensionale objecten zo weer te geven dat belangrijke afmetingen van de objecten uit de tekening afgelezen kunnen worden. Het vak is dus van belang voor architecten (bouwtekeningen), ingenieurs, konstruktors, ontwerpers van machines etc. Deze gebruikten al lang voor 1800 tekeningen, maar er was geen algemene methode, en er waren vele verschillende, en soms foute methoden in omloop. Monge ontwikkelde zo'n algemene methode in verband met zijn onderwijs aan een school voor militaire ingenieurs (fortifikatie). De methode bestaat er in dat van het object twee loodrechte parallelprojecties worden getekend op twee onderling loodrechte vlakken (grondvlak en zijvlak meestal).

Beide projekties werden in één vlak gebracht (door het zijvlak in het grondvlak te klappen); de zo ontstane tekening bevat in principe alle informatie over het afgebeelde objekt. Beschrijvende meetkunde leert nu de technieken om de informatie af te lezen uit de tekening. Die technieken kunnen zeer ingewikkeld zijn, denk bijvoorbeeld aan doorsnijding van gebogen oppervlakken bij gewelven in bouwwerken.

Monge onderwees zijn technieken aan de Ecole Polytechnique te Parijs, een in 1795 gestichte school voor militaire ingenieurs. Hij publiceerde een leerboek erover in 1799. De Ecole Polytechnique was het voorbeeld voor de vele ingenieursscholen en technische hogescholen die in de 19e eeuw ontstonden; beschrijvende meetkunde werd op al die opleidingen onderwezen, het werd als ware de taal van de ingenieurs, en de ingenieurs werden gezien als de voortrekkers der industriële ontwikkeling (Jules Verne's helden zijn ingenieurs).

Twee andere bijdragen van geavanceerde wiskunde aan de 19e eeuwse technische praktijk waren grafische statika en nomografie. Grafische statika is een methode waarmee door meetkundige konstruktie in een bouwtekening de sterkte en de draagkracht van ontwerpen (bruggen, balkkonstrukties e.d.) kunnen worden berekend. De methode, ontwikkeld ca. 1870, werkte sneller dan de bestaande rekenmethodes, en was van groot belang in de nieuwe bouwwerken (vooral spoorbruggen) waarbij veel ijzer werd toegepast. De Eiffeltoren (1889) werd ontworpen met behulp van deze methode.

Nomografie is een meetkundig rekenhulpmiddel bij de toepassing van formules in de praktijk. De theorie van nomografie leert hoe men bij bepaalde formules (bijvoorbeeld het verband tussen doorbuiging, overspanning en belasting van een balk) grafiek bladen ("nomografische bladen") kan maken waaruit men eenvoudig kan aflezen hoe groot de ene variabele is bij gegeven waarden van de overige. De techniek werd ontwikkeld door P.M. d'Ocagne (1862-1938, een ingenieur, later professor aan de Ecole Polytechnique) en gepubliceerd in 1899; sindsdien zijn nomografische bladen zeer belangrijk in de technische praktijk geweest. Tegenwoordig neemt de voorgeprogrammeerde zakcomputer hun functie over.

Het is belangrijk op te merken dat het in de 19e eeuw vooral de meetkunde was die bijdragen leverde aan de technische praktijk; pas tegen het eind van de eeuw wordt de analyse van vergelijkbaar belang.

4. Industriële wiskunde vanaf ca. 1870

De opkomst van "science-based" industrieën in de tweede industriële revolutie bracht een nieuw gebruik van wiskunde mee, namelijk via mathematische fysika, in het bijzonder de theorie van het elektromagnetisme (Maxwell-vergelijkingen). Elektro-technische ingenieurs begonnen gebruik te maken van vektor-analyse, differentiaalvergelijkingen, komplexe getallen (in verband met wisselstroom en met lineaire differentiaalvergelijkingen) en determinanten (bij elektrische netwerken). De invoering van nieuwe wiskundige methoden ging geleidelijk en stuitte op enige weerstand (b.v. tegen complexe getallen). Het was het werk van fysici en ingenieurs; er groeide een kloof tussen de universitaire zuivere wiskunde en de wiskunde der ingenieurs (voorbeeld: de door de elektrotechnische ingenieur O. Heaviside ontwikkelde Heaviside calculus voor oplossing van differentiaalvergelijkingen; deze veel gebruikte theorie werd door wiskundigen niet aanvaard omdat de grondslagen ervan niet streng bewezen waren).

5. De industriële wiskundige

Dit nieuwe gebruik van wiskunde liep vooral via mathematische fysika. Toch werden in de 20e eeuw in de grotere industrieën wiskundigen aangesteld om ook rechtstreeks hun kennis toe te passen of om anderen te adviseren. T.C. Fry heeft de ontwikkeling van het beroep industriële wiskundige in de V.S. geschetst (zie tekst elders in deze bundel). Rond 1940 waren er 150 mensen als industriële wiskundige werkzaam (statistici en verzekerings-wiskundigen uitgezonderd). Zij werkten bij grote industrieën (Bell Telephone had zelfs een wiskundig research centrum) en wel vooral in kommunikatie industrie (telefoon, telegraaf, radio's); verder in elektrische industrie, olieindustrie en vliegtuigbouw. Zij hielpen fysische en technische problemen oplossen (bij voorbeeld: ontwerp van vacuüm buizen, vorm van antennes, vorm van vliegtuig vleugels, elektrische netwerken). De betrokken wiskunde was vooral analyse (differentiaal- en integraalvergelijkingen, ontwikkeling naar orthogonale functies, complexe functie theorie, variatierekening). Algebra en meetkunde waren van minder belang, maar determinanten en analytische meetkunde werden gebruikt. Verder werd van de industriële wiskundige grote kennis verwacht van mathematische fysika: mechanika, elasticiteitsleer, hydrodynamika, thermodynamika, elektro-magnetische theorie enz. In Europa waren er waarschijnlijk minder industriële wiskundigen dan in de V.S., maar hun werk was van dezelfde aard.

6. Industriële wiskunde en de tweede wereldoorlog

De tweede wereldoorlog stimuleerde in de V.S. en in Engeland een aantal ontwikkelingen die van groot belang zijn geweest voor de latere wiskunde, en daarmee ook voor de industriële wiskunde, namelijk:

De ontwikkeling van de computer. De eerste computers werden gebouwd aan Amerikaanse universiteiten, gefinancierd door het leger; ze werden vanaf ca. 1943 gebruikt, vooral voor ballistiek (berekening van projektielbanen).

Numerieke analyse werd sterk ontwikkeld in verband met de grotere rekenkapaciteit geboden door de computer.

Naar aanleiding van de problemen die door Operations Research teams in de oorlog waren opgelost werden in de jaren na de oorlog nieuwe wiskundige technieken ontwikkeld: optimaliseringsmethoden (lineair programmeren b.v.), statistische theorie van voorraad beheer, (b.v. wachttijden theorie), wiskundige speltheorie (ondermeer in verband met theoretische ekonomie), computer simulatie technieken (ondermeer voor modellen van militaire strategieën en economische systemen) en cybernetica.

In verband met massaproductie (munitiefabrieken) werden nieuwe methoden van industriële statistiek ontwikkeld (steekproeven voor kwaliteits controle).

7. Industriële wiskunde na de tweede wereldoorlog

De in en na de oorlog ontwikkelde nieuwe wiskundige technieken werden toegepast in de industrie. Daardoor groeide de industriële wiskunde zeer sterk en onderging daarbij een verandering van karakter. Door de computer en door de ontwikkeling van wiskundige methoden voor organisatie problemen (Operations Research) werd wiskunde niet meer alleen toegepast bij het ontwerpen van het industriële produkt, maar ook bij de organisatie van de industriële produktie (planning, marketing, automatisering, vervoersorganisatie, voorraad beheer, personeelsplanning etc.).

In verband daarmee worden statistiek, waarschijnlijkheidsrekening, Operations Research, numerieke analyse, en informatika van even groot belang voor de industriële wiskunde als de (via mathematische fysika toegepaste) analyse.

Sinds de computer als handelswaar op de markt kwam (in de 1950'er jaren) werd de industriële wiskunde meer en meer gecentreerd rond het gebruik van de computer.

Voor de oorlog had de industrieel wiskundige vooral de taak min of meer zelfstandig te adviseren binnen de firma. Door de groei van het aantal wiskundigen in de industrie en door de verschuiving van hun werkterrein komen zij in een minder onafhankelijke positie; ze worden met vrij vast omschreven taken ingezet in het productieproces (arbeidsdeling).

Hoofdstuk III

Statistiek en de maatschappelijke invloed van wiskunde via de sociale wetenschappen

1. Inleiding

De eerste twee hoofdstukken betreffen de maatschappelijke invloed van wiskunde die men als volgt kan aangeven:

wiskunde → natuurwetenschap → technologie → industriële productie → maatschappij.

Er is daarnaast een andere invloedslijn, die vooral na de tweede wereldoorlog zeer belangrijk is geworden, namelijk:

wiskunde → sociale wetenschap → organisatie en beleid → maatschappelijke organisatie → maatschappij.

Over deze laatste lijn gaat dit hoofdstuk.

2. Voor 1800

Het gebruik van wiskunde in de maatschappelijke organisatie bestaat vooral uit het verzamelen van gegevens met behulp van getallen, en het baseren van beslissingen op deze gegevens. Dit gebruik van wiskunde is even oud als het tellen zelf; vanaf voorhistorische tijden hebben mensengemeenschappen tellen en getallen gebruikt bij het beheer van voorraden, bij de regeling van diensten, bij belastingen, bij de organisatie van legers, bij bouw, bij volkstellingen enz. enz. In de 17e eeuw ontstaat een speciale interesse in getalmatige gegevens verzameling in verband met levensverzekeringen (toen een bron van inkomsten voor de staat). Er werden sterftetabellen verzameld en men trachtte op basis daar van verwachte levensduur te schatten.

In de 18e eeuw groeide de praktijk van getalmatige gegevens verzameling; "political arithmetic" was de Engelse term ervoor, "Staatenkunde" de Duitse term. De gegevens betroffen namelijk vooral staten of kleinere bestuurlijke eenheden; men telde inwoners, bedrijven, militaire personeel, handelsverkeer etc. De term "Statistiek" is afgeleid van Staatenkunde.

3. Statistiek in de negentiende eeuw

Rond 1800 begonnen in West Europa de nationale regeringen het verzamelen van statistische gegevens als hun taak te zien. De eerste regelmatig gehouden volkstellingen stammen uit het begin der 19e eeuw, en er werden toen regels vastgesteld voor bevolkingsstatistiek en economische statistiek. Wat later volgde de statistiek over volksgezondheid (i.v.m. epidemieën en inentingen). Rond 1850 werden de eerste internationale statistische kongressen gehouden met als doel de in de verschillende landen toegepaste telmethode op elkaar af te stellen.

Statistisch onderzoek was niet alleen staatszaak; vooral in verband met de slechte sociale situatie van de arbeiders hebben in de 19e eeuw privé personen en groepen grote statistische onderzoeken gedaan over armoede, hygiëne, woonomstandigheden, misdaad, omstandigheden in ziekenhuizen en gevangenissen etc. Een van de beroemdste voorbeelden van dergelijk onderzoek is het rapport The life and labour of the people of London dat Charles Booth met vele medewerkers opstelde en in 1889-1891 publiceerde.

Hij verzamelde de gegevens over de gehele bevolking van Londen (ca. 4.000.000). Zijn schokkende resultaten toonden aan hoe slecht de sociale omstandigheden waren. Het rapport had een grote invloed op de Engelse sociale politiek rond 1900.

4. Verzamelande statistiek

Booth's rapport is een voorbeeld van de 19e eeuwse verzamelende statistiek: de gegevens worden verzameld (in lijsten of blokdiagrammen of ingekleurde landkaarten) en er worden gemiddelden en percentages berekend. Men poogde de gegevens zo betrouwbaar mogelijk te maken door zo volledig mogelijk te tellen. Verzamelende statistiek was niet in staat betrouwbare globale uitspraken op beperkte tellingen te baseren, en ook niet om verbanden tussen de statistische gegevens te leggen. Rond 1900 ontstond een nieuwe vorm van statistiek die daartoe wel in staat was (m.b.v. steekproeftheorie en korrelatie theorie). Deze nieuwe vorm, mathematische statistiek genoemd, combineerde de verzamelende statistiek met de theorie der waarschijnlijkheidsrekening.

5. Waarschijnlijkheidsrekening en mathematische statistiek

Waarschijnlijkheidsrekening, de wiskundige theorie over kansen, verwachtingswaarden en kansverdelingen, ontstond in de 17e eeuw in verband met geluksspelen (verwachte winst bij kaart- of dobbelsspelen) en levensverzekering (verwachte levensduur). In de achttiende en negentiende eeuw werd waarschijnlijkheidsrekening wiskundig uitgewerkt en toegepast bij de theorie van waarnemingsfouten (vooral in de astronomie).

Rond 1900 werd deze waarschijnlijkheidsrekening gebruikt om een aantal nieuwe statistische technieken te ontwikkelen die de beperkingen van de beschrijvende statistiek konden doorbreken. De belangrijkste technieken waren: de leer van korrelatie en regressie, de techniek van steekproeven en de faktoranalyse. Ze werden ontwikkeld in de praktijk van (vooral sociaal-) wetenschappelijk onderzoek. Ter illustratie van de achtergronden en de motivatie van deze ontwikkeling worden in de volgende paragraaf de belangrijkste personen besproken die er een rol in hebben gespeeld.

6. Galton, Pearson, Fisher, Spearman

Francis Galton (1822-1911) was een Engelse "gentleman-scientist". Hij was zeer geïnteresseerd in vragen over erfelijkheid; dit in verband met Darwins evolutieleer en het zogenaamde sociaal Darwinisme. Dit laatste was een stroming die de (Britse) maatschappij sterk en stabiel wilde houden door maatregelen waardoor de heersende klasse van generatie op generatie sterk zou blijven. Er moest dus voor gezorgd worden dat de passende karaktereigenschappen binnen die klasse zoveel mogelijk overgeërfd zouden worden. Eugenetica was de naam voor de theorie die bestudeerde hoe deze overerving van capaciteiten bevorderd zou moeten worden. Galton meende ook dat wetenschappelijk onderzoek kwantitatieve methoden moest gebruiken in het bijzonder de statistische verzameling van veel meetresultaten. Dit paste hij toe bij onderzoek over erfelijkheid van eigenschappen. Hierbij wilde hij met name het verband aantonen tussen de karaktereigenschappen van ouders en hun kinderen. In verband hiermee werkte hij de mathematisch-statistische theorie van korrelatie en regressie uit; hij publiceerde die in 1889 in een boek over erfelijkheid: Natural Inheritance.

Galton's theoretisch-statistisch werk werd voortgezet door Karl Pearson (1857-1936), een toegepast wiskundige met sterke filosofische interesse en overtuigd van de waarde der eugenetica. Hij schreef veel over korrelatie en regressie, steeds echter in verband met erfelijkheid en evolutie.

Ronald Aylmer Fisher (1890-1962) paste de statistische ideeën van Galton en Pearson toe in zijn onderzoek in een groot landbouwkundig onderzoekscentrum (Rothamsted) waar hij in 1919 werd aangesteld.

Hij deed dit in verband met de planning van experimenten over landbouwgewassen (relatie tussen bemesting, grondsoort, weer, plantensoort en opbrengst). Hij beschreef zijn nieuwe methoden in belangrijke leerboeken over design of experiments (planning van experimenten). In dit verband werkte hij ook de theorie van steekproeven uit.

Ook in de psychologie werden sinds ca. 1900 statistische methoden gebruikt, in het bijzonder bij de eerste intelligentietests, methoden die uitgewerkt werden voor de keuring van recruten voor het leger. Charles Edward Spearman vond dat die methoden theoretisch slecht gefundeerd waren en werkte daarom de statistische theorie van intelligentietesten uit. Daarbij ontwikkelde hij faktoranalyse, een statistische methode om de invloeden van verschillende factoren te bepalen die op een proces inwerken.

Door het werk van deze en andere statistici groeide de "mathematische statistiek" in vrij korte tijd tot een zeer rijke en effectieve theorie. Dit gebeurde echter tot de tweede wereldoorlog vrijwel uitsluitend in de kontekst van het gebruik; pas daarna werd mathematische statistiek erkend als onderdeel van de wiskundige wetenschappen.

7. Statistische methoden in de ekonomie

In de 1920'er en 1930'er jaren werden de in biologie, landbouwkunde en psychologie ontwikkelde statistische technieken overgenomen in de ekonomie. De door de krisis (1929) veroorzaakte enorme werkloosheid en ekonomische stagnatie leidde tot vernieuwingen in de ekonomische wetenschap. Speciaal de theorieën van John Maynard Keynes (1883-1946) leidden tot groter gebruik van de wiskunde in de ekonomie: hij ontwikkelde wiskundige ekonomische modellen waarin meer variabelen werden verwerkt dan voorheen. Om de preciese waarden van deze variabelen (zoals produktie, konsumptie, spaargelden, investeringen etc.) te bepalen bleken statistische technieken nodig; in de ekonometrie werden zulke technieken uitgewerkt en toegepast.

Door de kisisperiode, en nog sterker door de tweede wereldoorlog (toen de oorlogvoerende staten overgingen op een bijna volledig door de staat bepaalde ekonomie) werd ekonomie steeds meer onderkend als verantwoordelijkheid van de staat. Het verzamelen van getalsmatige gegevens over de ekonomie werd daardoor ook sterk gestimuleerd. Ook de industrieën en privé-ondernemingen begonnen in verband met afzet- en marktonderzoek, op grote schaal met behulp van statistiek gegevens te verzamelen.

Een belangrijke techniek bij deze gegevens-verzameling waren de steekproeven (b.v. bij onderzoek van werkloosheidscijfers, huisvesting, gezondheid, koopgedrag etc.). In het bijzonder werden in de 1930'er jaren de technieken van opinie-peilingen uitgewerkt (Gallup). Een andere zeer belangrijke techniek betrof indexcijfers. Fisher had de theorie van indexcijfers ontwikkeld; ze werden toegepast bij bepaling en registratie van levensstandaard en kosten van levensonderhoud.

8. Na de tweede wereldoorlog

Na de tweede wereldoorlog zetten de bovengenoemde ontwikkelingen zich versterkt door. Op steeds grotere schaal werden met statistische technieken verzamelde gegevens gebruikt als basis voor beslissingen in de politiek, in de ekonomie en in beleid op alle nivo's. De technieken werden verder ontwikkeld, in het bijzonder in verband met de computer die het onder meer mogelijk maakte te werken met zeer gekompliceerde ekonomische modellen (simulatie, ekonomische planburo's, het wereldmodel van de Club van Rome).

Verder treedt na de tweede wereldoorlog een sterke mathematizering der sociale wetenschappen op: psychologie, sociologie, economie, onderwijskunde, gebruiken steeds meer wiskundige methoden. Er is zelfs een tendens om het wetenschappelijk nivo van onderzoek in deze wetenschappen sterk in verband te brengen met de mate waarin wiskunde wordt gebruikt.

9. Tenslotte

In de vorige paragrafen is duidelijk geworden hoe de wiskunde, via mathematische statistiek steeds nauwer te maken heeft gekregen met maatschappelijk, politiek en ideologisch heel belangrijke en gevoelige problemen: armoede en rijkdom, werkomstandigheden, economische beslissingen, erfelijkheid (vraagstuk der "gelijke kansen"), selectie (intelligentietest) etc. etc.

In de negentiende eeuw werd de wiskunde, in de vorm van beschrijvende meetkunde, de "taal van de ingenieurs" (vgl. I-3). Tijdens de "derde industriële revolutie" werd de wiskunde, in de vorm van optimalisering, systeem-analyse etc., de taal van de bedrijfsorganisator. Statistische technieken en de gemathematiseerde sociale wetenschappen hebben de wiskunde ook gemaakt tot een zeer belangrijk onderdeel van de taal en denkwijze in de maatschappelijke en politieke besluitvorming. Deze vergelijking met taalgebruik toont aan hoe in de laatste 200 jaar de wiskunde een zeer brede, zeer ingrijpende en vaak zeer diffuus aanwezige maatschappelijke functie heeft verkregen.

Hoofdstuk IV

"Zuivere" of autonome wiskunde

1. Autonome wiskunde

In de voorgaande hoofdstukken is de rol van de wiskunde in de industriële produktie en de maatschappelijke organisatie besproken. Op de moderne universiteiten wordt de wiskunde echter bedreven en gepresenteerd op een manier die vrijwel losstaat van het (maatschappelijke) gebruik. Dit wordt wel aangeduid met de term "zuivere" wiskunde. Een betere term is autonome wiskunde, waarmee bedoeld wordt wiskunde (zowel onderzoek als onderwijs):

- die niet gericht is op praktisch gebruik in de maatschappij,
- die voortbouwt op een uitgebreid, afgerond theoretische geheel, de basiskennis, dat geordend is naar logische samenhang en niet naar praktische toepasbaarheid,
- die vooral interne beoordelingskriteria gebruikt, namelijk: waarheid (logische consistentie), elegantie, passendheid van methoden, algemeenheid en relevantie ten opzichte van andere onderdelen van de wiskunde.

Autonome wiskunde is niet nieuw; al in het oude Griekenland werd wiskunde op deze manier bedreven. Maar het is wel nieuw dat deze stijl van wiskunde op grote schaal bedreven en onderwezen wordt op door de staat gefinancierde instellingen als universiteiten, technische hogescholen, middelbare scholen en vele andere vormen van onderwijs. Deze situatie is pas in de 19e eeuw ontstaan, en wel het eerst in Duitsland.

2. Twee stromingen in Duitsland

In de eerste helft van de 19e eeuw was er in Duitsland een combinatie van sociaal-economische factoren die zeer gunstig was voor het ontstaan van universitaire autonome wiskunde. (Vergelijk hier het artikel van Mehrtens elders in dit diktaat.) Die factoren stonden in verband met twee maatschappelijke stromingen met deels tegengestelde doelen.

Enerzijds kwam in die periode de bourgeoisie op als politieke macht. De bourgeoisie had als ideologie het liberalisme: de leer van het vrije ondernemerschap, iedere burger moest vrij zijn in het uitoefenen van bedrijf en industrie. De staat moest voorwaarden scheppen voor economische bloei, zonder de economie te regelen of te beperken. Vanuit deze ideologie streefde men naar het instellen van gespecialiseerde technische scholen gericht op de behoeften van het bedrijfsleven. De franse Ecole Polytechnique werd gezien als voorbeeld van zo'n technische opleiding.

Anderzijds was er in deze periode, vooral als reactie op de nederlagen in de strijd tegen Napoleon (1806), een opkomst van belangstelling voor de eigen duitse kultuur. In verband daarmee stond de stroming die Neuhumanismus werd genoemd, en die grote nadruk legde op het belang van wetenschap voor de geestelijke vorming van de mens. Wetenschap was vooral (spekulatieve) filosofie en filologie (taal- en literatuurwetenschap, i.h.b. klassieke talen); natuurwetenschappen kwamen op de tweede rang omdat ze meer met de materie en minder met de geest te maken hadden. Het ideaal was: "sittliche Bildung des Menschen durch eine freie, eigenständige Beschäftigung mit der Wissenschaft".

3. Effekten in het Duitse onderwijs

Ook in andere landen kwamen vergelijkbare stromingen en tegenstellingen voor; het bijzondere van de Duitse situatie was dat beide stromingen in verschillende delen van het onderwijs doorwerkten. Aan de liberalistische wens van op nijverheid en industrie gerichte scholen werd voldaan door het stichten van Gewerbeschulen [+ nijverheidsscholen], polytechnische scholen, mijnbouwscholen en i.h.b. de Technische Hochschulen (Praag, Wenen, Karlsruhe, Braunschweig, later vele anderen). Deze opleidingen namen ook van de bestaande universiteiten de taak over om technische ambtenaren op te leiden.

Aan de universiteiten en de gymnasia werd het onderwijs hervormd volgens de ideeën van het Neuhumanismus. In 1810 werd de universiteit te Berlijn in deze nieuwe stijl opgericht. De belangrijkste verschillen met de oudere universiteiten waren:

- de filosofische fakulteit krijgt promotierecht (voorheen kon men alleen in theologie, rechten of medicijnen de doctorstitel krijgen);
- filologie wordt op hoog wetenschappelijk nivo bedreven en geldt als voorbeeld voor de andere wetenschappen;
- in de filologie wordt het seminarium als onderwijsvorm ingevoerd; daarbij werken de studenten, onder leiding van de hoogleraar, aan wetenschappelijk onderzoek;
- er geldt het principe van leer- en studievrijheid: de professoren bepalen zelf wat ze doceren, de studenten bepalen zelf wat ze bestuderen; bij beide geldt als eerste beoordelingskriterium: wetenschappelijkheid;
- gymnasiumleraren worden aan de universiteit opgeleid, daardoor wordt de stijl van het gymnasiumonderwijs ook sterk wetenschappelijk.

De andere universiteiten in Duitsland namen geleidelijk deze veranderingen over, in sommige gevallen gebeurde dat onder sterke pressie van de staat (de minister).

4. Gevolgen voor wiskunde

Autonome wiskunde paste goed in het waarde-systeem van het Neuhumanismus wiskunde werd gezien als schepping van de vrije geest, en de recente ontwikkelingen in de wiskunde hadden getoond dat hoog wetenschappelijk nivo mogelijk was. Er waren echter in de eerste decennia van de 19e eeuw in Duitsland zeer weinig wiskundigen van dat nivo (eigenlijk alleen C.F. Gauss 1777-1855). Door een actief benoemingsbeleid van het ministerie (minister von Altenstein 1770-1840, geadviseerd door A.L. Crelle 1780-1855) werd hierin verandering gebracht. Wiskundigen als C.G. Jacobi (1804-1851), G.L. Dirichlet (1805-1859) en J. Steiner (1796-1863) werden op hoogleraarsplaatsen benoemd en gaven onderwijs in geavanceerde wiskunde, waarbij zij de vorm van seminarium onderwijs ook in de wiskunde invoerden.

Onder invloed van deze wiskundigen ontstond een autonome stijl van wiskunde aan de Duitse universiteiten. Jacobi bijvoorbeeld gaf in Königsberg kolleges over: elliptische functies, variatierekening, differentiaal meetkunde, analytische mechanica, getaltheorie. Dit kontrasteerde sterk met vroeger universitair onderwijs, waarbij het wiskundeprogramma meestal bestond uit: analytische meetkunde, elementaire differentiaal- en integraalrekening, kegelsneden, mechanica, statika, hydromechanika.

5. Gevolgen voor wiskundigen

In verband met de opkomst van universitaire autonome wiskunde ontstonden nieuwe beroepsmogelijkheden voor wiskundigen: universitair hoogleraar, en gymnasiumleraar. Voor de hoogleraarspositie was de kompetitie groot. Het selectiekriterium was vooral wetenschappelijke produktiviteit.

Door de grote nadruk op wetenschappelijkheid werd aan de universiteiten nauwelijks aandacht geschonken aan toepassingen van de wiskunde. Er groeide een kloof tussen universitaire wiskunde en de wiskunde bedreven aan Technische Hochschulen in het kader van de ingenieursopleiding.

6. Andere landen

De ontwikkelingen in Duitsland leidden tot grote bloei van de autonome wiskunde: Duitsland (vooral de universiteiten van Berlijn en Göttingen) werd internationaal gezien het centrum der wiskundige activiteit (dat bleef zo tot Hitler's machtsvername in 1933, waarna veel Duitse wiskundigen uitweken). In Frankrijk en Engeland was er niet zo'n sterke nadruk op universitaire autonome wiskunde, daar was ook minder sprake van een kloof tussen autonome wiskunde en toegepaste wiskunde. In de Verenigde Staten ontstond pas tegen het einde van de 19e eeuw een universitaire wiskunde van enige betekenis.

Na de tweede wereldoorlog lag de grootste wiskundige activiteit in de Verenigde Staten. Door de versterkte kommunikatie en door het ontstaan van vele wiskundige centra buiten Europa en Noord-Amerika, is wiskunde meer en meer een internationale activiteit geworden.

7. Ontwikkelingen in de autonome wiskunde

In de autonome wiskunde aan de Duitse universiteiten lag in het begin de nadruk vooral op analytische onderwerpen (zie §4, de kolleges van Jacobi). K. Weierstrass (1815-1897) en B. Riemann (1826-1866) leverden belangrijke bijdragen aan de analyse. Daarnaast kwam in de tweede helft van de 19e eeuw vooral de algebra op (R. Dedekind (1831-1916) en L. Kronecker (1823-1891)). In de eerste helft van de twintigste eeuw (in het bijzonder door het werk van D. Hilbert (1862-1943) en E. Noether (1882-1935)) ontwikkelde deze algebra zich tot een theorie over axiomatisch ingevoerde algebraïsche structuren (groepen, ringen, lichamen etc.). Deze vorm van algebra werd zeer bekend door de samenvatting die B.L. van der Waerden (geb. 1903) er van gaf in zijn invloedrijke boek Moderne Algebra (1930-1931).

Intussen was rond de eeuwwisseling de problematiek van de grondslagen der wiskunde naar voren gekomen, vooral in verband met de theorie van verzamelingen (G. Cantor 1845-1918). L.E.J. Brouwer (1881-1966) werkte een intuitionistische wiskunde uit als antwoord op wat genoemd wordt de grondslagen crisis. Deze problematiek heeft de ontwikkeling der wiskundige logika sterk gestimuleerd.

Het succes van de studie van structuren in de algebra leidde in de jaren vóór en na de tweede wereldoorlog ertoe dat men ook in andere gebieden van de wiskunde (analyse, topologie) vooral met axiomatisch ingevoerde structuren ging werken. N. Bourbaki (pseudoniem van een ca. 1935 opgerichte groep franse wiskundigen) propageert in het invloedrijke samenvattende werk Eléments de Mathématique (in delen verschijnend sinds 1939) nadrukkelijk deze axiomatische opvatting van wiskunde: de grondbegrippen van de wiskunde zijn verzamelingen en functies; met behulp daarvan voert de wiskundige axiomatisch allerlei structuren in, die hij dan bestudeert. Deze visie op wiskunde heeft grote invloed gehad in de jaren na de 2e wereldoorlog.

De invloed van de axiomatische visie op wiskunde is later verminderd, vooral omdat wiskundigen in verband met speciale problemen in de Analyse, met numerieke analyse en met computers, gekonfronteerd werden met boeiende problematieken waarvoor de axiomatische aanpak niet voldoende resultaten bood.